פיסיקה

פרקים באלקטרומגנטיות

צ. גלר, ד. זינגר, ר. כהן

מהדורה ניסויית

המחלקה להוראת המדעים מכון ויצמן למדע

יוצא לאור ביוזמתו ובפיקוחו של

המרכז הישראלי להוראת המדעים ע"ש עמוס דה-שליט

מיסודם של

משרד החינוך והתרבות, האוניברסיטה העברית בירושלים ומכון ויצמן למדע, רחובות

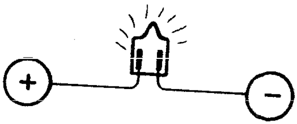
התוכן

פרק א': המעגל החשמלי

1.1 תפקיד המקור במעגל חשמלי; כא"מ ומתח הדקים

בעבר למדנו על דבר הזרם החשמלי ותכונותיו. כמו כן, למדנו לבנות מעגלים חשמליים פשוטים ולנתחם. בפרק זה נבסס ונרחיב את ידיעותינו במעגלים חשמליים, ובפרקים הבאים נרחיב את לימוד החשמל לנושאים חדשים. כזכור, מעגל חשמלי בו זורם זרם (מעגל סגור) בנוי ממוליכים (על כך נדון בהמשך) וממקור (כגון סוללה, ספק או דינמו) שתפקידו לשמור על זרימה רצופה של המטען החשמלי.

כדי להבין כיצד ממלא המקור את תפקידו נתבונן במצב הבא:
נתונים שני גופים מוליכים, האחד טעון במטען חיובי והשני במטען שלילי. מה יקרה כאשר נחבר גופים אלה באמצעות תייל מוליך? ברור לכולנו כי בתייל יזרום זרם חשמלי, ואמנם כאשר נחבר את שני המוליכים באמצעות נורית ניאון היא תאיר לפרק זמן קצר (תרשים 1.1). ההארה הקצרה מעידה על כך כי בנורית עבר זרם חשמלי רגעי*.

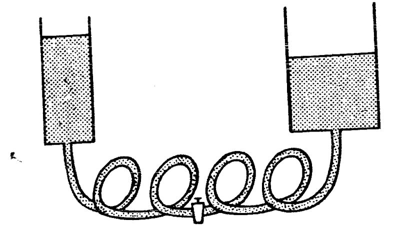


תרשים 1.1: *כאשר מחברים שני גופים טעונים דרך נורית ניאון, היא נדלקת לזמן קצר.*

השאלה המתבקשת היא מדוע נמשכה הזרימה פרק זמן קצר בלבד? לכאורה, ניתן היה לחשוב כי הזרימה נפסקת כאשר כמויות המטען בשני המוליכים משתוות. אך מתברר כי לא זה ההסבר המדויק. יתר על כן, מתברר כי כיוון הזרימה אינו תלוי בכמויות המטען שעל שני המוליכים הטעונים בלבד, ויתכן אף מצב בו יזרום זרם ממוליך בו מעט מטען למוליך שבו כמות המטען גדולה יותר. ממבט ראשון נראה הדבר מפתיע, אך ניתוח תופעה מקבילה לזרימת מטען חשמלי - זרימה של נוזל - יקל עלינו בהבנת המתרחש.

נניח כי נתונים שני מיכלים המחוברים זה לזה בקרקעיתם באמצעות צינור עם ברז (תרשים 1.2). במיכלים כמויות שונות של מים. מה יקרה כאשר נפתח את הברז? ברור לכולנו כי תתחיל זרימה של מים מהמיכל בו רמתם גבוהה יותר למיכל בו רמתם נמוכה יותר, <u>ולא</u> מהמיכל בו יש יותר מים למיכל בו פחות מים. זרימה זו תיפסק כאשר רמת פני המים תשתווה בשני המיכלים, <u>ולא</u> כאשר הכמויות תשתוונה. כשם שכיוון זרימת המים <u>אינו</u> תלוי רק בכמויות המים שבמיכלים, אלא בגובה פניהם, כך גם כיוון הזרימה של המטענים החשמליים <u>אינו</u> נקבע על ידי כמות המטען שבמוליכים המחוברים בלבד. מתברר כי כיוון הזרימה תלוי <u>בפוטנציאל החשמלי</u>

*תהליך דומה יתרחש גם כאשר גוף אחד טעון והשני אינו טעון.



תרשים 1.2: כאשר הברז יפתח יזרמו המים ממיכל אחד למשנהו עד השתוות הגבהים.

של המוליכים. הפוטנציאל החשמלי של מוליך מוגדר כאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית שיש לכל יחידת מטען במוליך. מקורה של אנרגיה זו הוא בעבודה שיש להשקיע כדי לטעון את המוליך. כידוע, המטענים החשמליים במוליך הטעון דוחים זה את זה, שהרי מטענים שווי-סימן דוחים זה את זה, ובעת הטעינה יש להתגבר על כוחות דחיה אלה (בהקשר לכך, ראה פרק ב' סעיף 2.2). את העבודה בטעינת גוף יש להשקיע בין אם הגוף נטען במטען חיובי ובין אם הוא נטען במטען שלילי. כדי להבחין בין מוליך הטעון במטען חיובי לבין מוליך הטעון במטען שלילי מוסכם כי הפוטנציאל של מוליך הטעון במטען חיובי הוא חיובי ושל מוליך הטעון במטען שלילי הוא שלילי*. כיוון הזרם החשמלי נקבע כך שהוא עובר מהמוליך בעל הפוטנציאל הגבוה אל המוליך בעל פוטנציאל נמוך יותר.

יחידת הפוטנציאל החשמלי היא וולט (V):

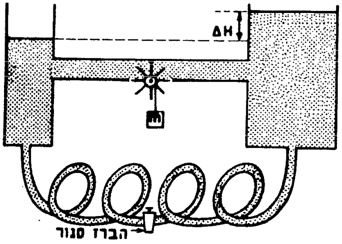
$$1volt = \frac{1joule}{1coulomb}$$

מהניתוח הנ"ל משתמע כי על מנת שהזרימה החשמלית תתמשך עלינו לדאוג לכך שהפרש הפוטנציאלים בין שני המוליכים ישאר בעינו, וזה בדיוק תפקידו של המקור במעגל החשמלי. כדי להמחיש לעצמנו כיצד נעשה הדבר, נחזור לאנלוגית הזרימה של המים.

נתאר לעצמנו כי את שני המיכלים במערכת שתוארה קודם אנו מחברים באמצעות ציבור בו מצוי מיתקן המזרים מים ממיכל אחד למשנהו (תרשים 1.3). מיתקן כזה יכול להיות, לדוגמה, גלגל עם "כנפיים". על הגלגל מלופף חוט שבקצהו קשורה משקולת.

*הפוטנציאל של מוליך תלוי גם בהמצאותם של מוליכים או גופים טעונים בקירבתו. על כן, הנאמר כאן נכון לגבי מוליכים הרחוקים מגופים טעונים או ממוליכים אחרים. במקרה שתנאים אלה אינם מתקיימים, ייתכן שמוליך בלתי טעון יהיה בעל פוטנציאל חיובי או שלילי, ואפילו ייתכן שמוליך טעון במטען שלילי יהיה בעל פוטנציאל חיובי, ולהיפך. בכל מקרה כיוון הזרם החשמלי הוא כפי שנאמר לעיל.

כאשר המשקולת יורדת, הגלגל מסתובב ו"הכנפיים" מזרימות את המים בכיוון הסיבוב (אמנם יש כאן בעיה טכנית של דליפת המים מן המערכת, אך נניח כי התגברנו עליה).

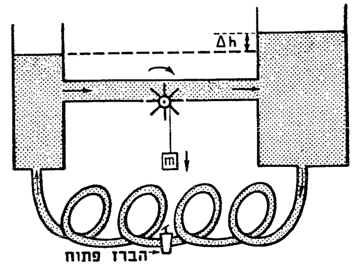


תרשים 1.3: שני מיכלי מים המחוברים ביניהם על ידי מיתקן המזרים מים מהמיכל השמאלי לימני.

כאשר הברז בציבור המחבר את המיכלים סגור, יווצר, כתוצאה מן ההזרמה, הפרש גבהים בין פני הנוזל בשני המיכלים. כתוצאה מכך, יווצר גם הפרש בלחצים ההידרוסטטיים על שני צידי ה"כנפיים", ובמצב בו הפרש לחצים זה יפעיל על כל כנף כוח השווה לכוח המופעל עליה בהשפעת המשקולת, יפסיק הגלגל להסתובב וזרימת המים תיפסק. במצב זה אגורה במערכת המתוארת אנרגיה פוטנציאלית, שהיא פרופורציונית להפרש הגבהים ΔH ברמות פני המים בשני המיכלים.
ברור כי המיתקן המזרים את המים אינו חייב להיות גלגל המונע על ידי משקולת יורדת. במקום המשקולת ניתן, לדוגמה, להשתמש במנוע כלשהו שיסובב את הכנפיים (משאבה). בכל מקרה, המיתקן המתואר כאן הוא מיתקן ההופך אנרגיה מצורה כלשהי לאנרגיה פוטנציאלית של כובד הנאגרת במערכת המיכלים. באופן דומה, מקור חשמלי הוא מיתקן ההופך אנרגיה מצורה כלשהי לאנרגיה חשמלית. סוללה או מצבר הם מיתקנים ההופכים אנרגיה כימית לאנרגיה חשמלית, ואילו דינמו או גנרטור הופכים אנרגיה מכנית לאנרגיה חשמלית. להפרש הפוטנציאלים בין הדקיו של מקור כאשר אין ההדקים מחוברים למעגל חיצוני, אנו קוראים כא"מ*. כא"מ הם ראשי התיבות של "כוח אלקטרו-מניע", שם זה, שנקבע בעבר, אינו מוצלח (כא"מ כלל אינו כוח) ועל כן אנו נרשה לעצמנו להתייחס אל הכא"מ כראשי התיבות של "כמות אנרגיה/מטען". לדוגמה, סוללה של 1.5 וולט היא מקור שהכא"מ שלו 1.5 וולט. כלומר, מטען של 1 קולון הנמצא על ההדק בעל הפוטנציאל הגבוה של הסוללה הוא בעל אנרגיה הגבוהה ב-1.5 ג'אול מהאנרגיה של מטען כזה הנמצא על ההדק השני. את הכא"מ מקובל לסמן באות ε.

*באנגלית: e.m.f - electro-motive force

נראה עתה מה יתרחש במיתקן המים הזורמים שתואר קודם כאשר הברז יפתח. כתוצאה מהפרש הלחצים ההידרוסטטיים בשני המיכלים, תתחיל זרימה של מים דרך הצינור מהמיכל בו רמת המים גבוהה למיכל בו רמתם נמוכה. שיווי המשקל בין הכוחות הפועלים על "כנפיי" הגלגל יופר והמיתקן יתחיל להזרים מחדש מים תוך כדי שמירה על הפרש גבהים Δh שהוא קטן מהפרש הגבהים ΔH כאשר הברז סגור (תרשים 1.4). ההזרמה תימשך כל עוד למשקולת היורדת יש להיכן לרדת (אם הגלגל מופעל על ידי מנוע תימשך ההזרמה כל עוד המנוע פועל). כאשר המשקולת לא תוכל לרדת יותר, תיפסק ההזרמה ופני המים בשני המיכלים ישתוו.



תרשים 1.4: *מיתקן זרימת המים כאשר הברז פתוח.*

תהליך דומה מתרחש במעגל חשמלי סגור. ברגע שמחברים את הדקי המקור באמצעות מוליך מתחילה זרימה של מטענים דרכו, וזרימה זו נמשכת כל עוד מסוגל המקור לספק להם אנרגיה, או במילים אחרות, לשמור על הפרש פוטנציאלים בין הדקי המקור.

כשם ש-$\Delta H > \Delta h$, כך גם יהיה הפרש הפוטנציאלים בין הדקי המקור בעת הזרימה קטן מההפרש ביניהם כאשר המעגל פתוח. להפרש הפוטנציאלים בין הדקי המקור כאשר המעגל סגור אנו קוראים מתח הדקים ומקובל לסמנו ב-V.

הפרש הגבהים Δh תלוי לא רק במיתקן המזרים, אלא גם בקצב זרימת המים בצינור. כאשר קצב זרימת המים קטן (צינור צר, לדוגמה) לא תתקשה המשאבה לשמור על הפרש גבהים שיהיה קרוב מאוד להפרש הגבהים ששרר לפני פתיחת הברז. כאשר קצב זרימת המים יגדל, יתקשה המיתקן לשמור על הפרש גבהים גדול, כך ש-Δh יהיה קטן במידה ניכרת מ-ΔH.

בדומה לכך, גם במעגל הזרם החשמלי תלוי מתח ההדקים V הן במקור והן בהתנגדות המעגל לזרימה. כאשר התנגדות המעגל תגדל, תקטן עוצמת הזרם החשמלי ומתח ההדקים יתקרב לכא"מ. ולהיפך, כאשר התנגדות המעגל תקטן, תגדל עוצמת הזרם ומתח ההדקים יקטן.

לסיום, יש לזכור כי כשם שמיתקן ההזרמה של המים איננו מייצר מים, אלא רק מניע אותם, כך גם המקור החשמלי רק מניע את המטענים אך איננו מייצר אותם.

1.2 הזרם החשמלי

כאמור, זרם חשמלי הוא תנועה של מטענים חשמליים. חומרים דרכם עובר זרם חשמלי נקראים מוליכים, וחומרים דרכם זרם חשמלי איננו יכול לעבור נקראים מבדדים*. מבין החומרים המוליכים הנפוצים ביותר הן המתכות, כאשר המטענים הנעים בהן הם אלקטרונים. סוג חשוב אחר של מוליכים הם האלקטרוליטים, כאשר המטענים הנעים בהם הם יונים חיוביים ושליליים. נעיר כאן כי מהירות נושאי המטען (אלקטרונים במתכות ויונים באלקטרוליטים) היא קטנה מאוד, בסדר גודל של מילימטרים ספורים בשניה (ראה תרגיל 1). אף על פי כן, כשמפעילים מתג חשמלי במעגל המכיל נורה, היא נדלקת מיד. ההסבר לכך חורג ממסגרת לימודינו הנוכחית. העניין דומה במהותו למצב של צינור ארוך המחובר בצידו האחד לברז. כאשר פותחים את הברז, יתחילו המים לזרום מהקצה הפתוח כעבור זמן קצר מאוד, על אף שהמים שיצאו מן הברז עדיין לא הגיעו אל פתח הצינור.

כיוון שאין רואים את הזרם החשמלי, כפי שאפשר לראות את זרם המים, ניתן להווכח בקיומו בעזרת שלושה סוגים של תופעות לוואי שהוא עשוי ליצור בעת מעברו במעגל:

א. תופעות תרמיות (חימום).

ב. תופעות כימיות.

ג. תופעות מגנטיות.

א. תופעות תרמיות

תופעות אלו מתרחשות כמעט בכל חלק של המעגל החשמלי בו זורם זרם. הן בולטות במיוחד בנגדים המשמשים כגופי חימום ובחוטי הלהט של נורות חשמליות. דיון כמותי בתופעה ובקשרים בין כמות החום המתפתחת במוליך, המתח בין קצותיו ועוצמת הזרם הזורם דרכו, יובא בסעיפים הבאים של הפרק.

ב. תופעות כימיות

קיימות תופעות כימיות שונות המתרחשות בהשפעת זרמים חשמליים. לדוגמה, כאשר זרם חשמלי עובר דרך תמיסה מימית של חומצה גופרתית, נפלט מימן ליד האלקטרודה השלילית (קתודה) וחמצן ליד האלקטרודה החיובית (אנודה). במסגרת ספר זה, לא נעסוק בתופעות הכימיות המתרחשות בעת מעבר הזרם החשמלי.

---

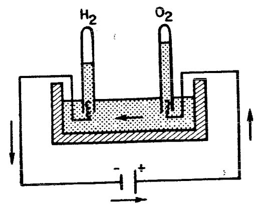
*בהמשך נראה כי המיון למוליכים ומבדדים איננו מוחלט. בתנאים מסויימים יעבור זרם דרך חומר אשר בתנאים רגילים נחשב כמבדד.

ג. תופעות מגנטיות

הניסיון מראה כי מחט מצפן הנמצאת בקירבת תיל בו זורם זרם חשמלי סוטה בדרך כלל מכיוונה הרגיל (צפון-דרום). סטיית המחט מעידה על כך שהזרם החשמלי גורם להיווצרותן של תופעות מגנטיות. דוגמה נפוצה מאוד לשימוש באחת התופעות האלה הוא האלקטרומגנט. מתברר כי כוחות משיכה או דחיה מגנטיים פועלים גם בין זרמים. לדוגמה, שני תיילים מקבילים בהם זורמים זרמים באותו הכיוון מושכים זה את זה, בעוד אשר שני תיילים מקבילים בהם זורמים זרמים בכיוונים מנוגדים דוחים זה את זה. דיון מעמיק יותר בתופעות המגנטיות המלוות את הזרם החשמלי ובשימושיהן יובא בפרקים ג ו-ד.

1.3 כיוון הזרם החשמלי

על פי הסכמה כללית שנקבעה עוד לפני שהיה ידוע מה טיבם של נושאי המטען, הוחלט כי הזרם החשמלי זורם בתמיסה מימית של חומצה גופרתית מן האלקטרודה שעליה משתחרר חמצן אל האלקטרודה שעליה משתחרר מימן. האלקטרודה שעליה משתחרר החמצן מכונה <u>אנודה</u> ומסמנים אותה ב- (+) והאלקטרודה שעליה משתחרר מימן מכונה <u>קתודה</u> ומסמנים אותה ב- (-). מהנאמר בסעיף הראשון של הפרק נובע כי האנודה מחוברת אל המקור בהדק בעל הפוטנציאל הגבוה והקתודה מחוברת להדק בעל הפוטנציאל הנמוך. מקובל לקרוא להדק המחובר לאנודה הדק חיובי (+) ולהדק המחובר לקתודה הדק שלילי (-) (תרשים 1.5).



תרשים 1.5: כיוון הזרם במעגל חשמלי.

לסיכום, כיוון הזרם החשמלי במעגל, מחוץ למקור, הוא מן ההדק החיובי של המקור אל ההדק השלילי שלו. כיום ידוע כי במתכות זרימת המטען היא של מטענים שליליים (אלקטרונים). מכאן שכיוון תנועתם הוא בכיוון מנוגד לזה המתאר את כיוון הזרם. למרות זאת, הוחלט שלא לשנות את ההסכם לפיו כיוון הזרם החשמלי מ- (+) ל- (-). הזרם החשמלי זורם כמובן גם במקור עצמו, ושם כיוונו הוא מן ההדק השלילי אל ההדק החיובי.

1.4 עוצמת הזרם החשמלי

כשם שעוצמת הזרם של נוזל זורם מוגדרת ככמות הנוזל העוברת דרך חתך צינור ביחידת זמן, כך גם מוגדרת עוצמת הזרם החשמלי:
כמות המטען העוברת בחתך של המוליך ביחידת זמן.

$$\text{עוצמת הזרם החשמלי} = \frac{\text{כמות מטען}}{\text{זמן}}$$

נסמן:

I - עוצמת זרם
q - כמות מטען
t - זמן

על פי ההגדרה נוכל לרשום*:

$$\boxed{I = \frac{q}{t}}$$

כדי לדעת את כמות המטען, יש למעשה לספור כמה נושאי מטען עוברים דרך חתך המוליך בזמן נתון. מובן כי ספירת מספר האלקטרונים העוברים חתך של מוליך מתכתי היא משימה קשה ובלתי מעשית. לכן, כדי למדוד עוצמת זרם ולקבוע יחידה לעוצמת הזרם, יהיה עלינו להתבסס על אחת משלוש התופעות המלוות את הזרם החשמלי. את עוצמת הזרם נוכל למדוד על פי "עוצמתה" של כל אחת משלוש התופעות הנ"ל, ואמנם בלימודינו הקודמים הגדרנו את היחידה של עוצמת זרם הקרויה אמפר:
1 אמפר היא עוצמת הזרם המשחרר בתהליך האלקטרוליזה של תמיסה מימית של חומצה גופרתית, בתנאי S.T.P 0.116 סמ"ק מימן בשניה** (1.04×10^{-8}kg מימן בשניה).

כיום מקובלת הגדרת האמפר דוקא על סמך התופעה המגנטית:

<u>אמפר הוא עוצמת הזרם הקבועה בכל אחד משני תיילים מקבילים אינסופיים דקים מאוד הנתונים בריק במרחק מטר אחד זה מזה, כך שקיים ביניהם כוח הדדי בשיעור $2\cdot10^{-7}$ ניוטון לכל מטר של תיל.</u>

---

*הגדרה זו מוגבלת לזרם קבוע בעוצמתו. כאשר עוצמת הזרם משתנה מתיחסים לפרק זמן קצר Δt, כמות המטען העוברת היא Δq, ואז $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$, או בסימון מתוך החשבון הדיפרנציאלי: $I = \frac{dq}{dt}$.

**כאשר מדברים על נפח של גז, יש לציין את התנאים בהם נמצא הגז. בתנאי החדר נפחה של כמות זו של מימן הוא כ- 0.125 סמ"ק.

מובן כי ההגדרות של האמפר על פי התופעות השונות חייבות להתיישב זו עם זו. זו הסיבה למספרים ה"מוזרים" המופיעים בהגדרת האמפר על פי התופעה הכימית. הסבר מעמיק ומפורט יותר להגדרה ה"מגנטית" של האמפר יובא בפרק ג.

עתה, משהגדרנו את האמפר כיחידה לעוצמת זרם, הרי שהגדרנו למעשה גם את היחידה לכמות המטען.

היחידה המקובלת לכמות מטען היא קולון (C) והגדרתה:

קולון היא כמות המטען החשמלי העובר דרך חתך מוליך בו זורם זרם של 1 אמפר במשך שניה אחת.

$$1C = 1A \cdot 1s$$

1.5 חוק אום

תפקיד המקור במעגל חשמלי הוא כאמור, לספק אנרגיה למטענים החשמליים העוברים דרכו. אנרגיה זו משוחררת במעגל בצורות שונות. לפיכך בנקודות שונות של המעגל יהיו למטענים הזורמים אנרגיות שונות. להפרש האנרגיות של יחידת מטען בשתי נקודות של המעגל החשמלי אנו קוראים המתח בין הנקודות. כשם שאת עוצמת הזרם ניתן למדוד בעזרת מכשיר הנקרא אמפרמטר, כך גם ניתן למדוד את המתח בין שתי נקודות באמצעות מכשיר הנקרא וולטמטר. על עקרון הפעולה של סוג אחד של מכשירים אלה, המבוסס על התכונה המגנטית של הזרם, נלמד בפרק ג'.

ניסויים פשוטים (ראה ניסוי 1) מראים כי ברוב המוצקים המוליכים עוצמת הזרם דרך המוליך פרופורציונית למתח בין קצותיו (כל עוד אין שינוי בטמפרטורת המוליך; ראה להלן).

$$I \propto V$$

או $\boxed{I = GV}$

ערכו של הקבוע G שונה למוליכים שונים. ככל שערכו של G גדול יותר דרוש מתח נמוך יותר על מנת לקבל עוצמת זרם נתונה. על כן, נקרא G בשם מוליכות. יחידת המוליכות $\frac{\text{אמפר}}{\text{וולט}}$ נקראת בשם סימנס* (siemens), סימונה - S. מקובל לרשום חוק זה, הידוע בשם חוק אום, בצורה שונה במקצת מזו המתוארת לעיל:

כידוע, אם $I \propto V$

אזי גם: $V \propto I$

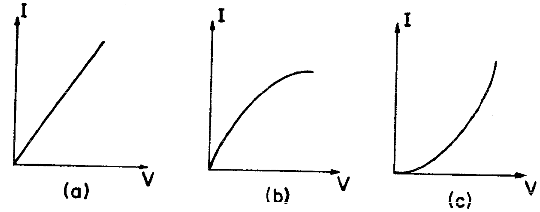
או: $\boxed{V = RI}$

*בעבר היה מקובל לקרוא ליחידה זו בשם mho שהיא מילה שאותיותיה כתובות בסדר הפוך למילה ohm.

כאשר R נקראת התנגדות המוליך ויחידתו $\frac{\text{וולט}}{\text{אמפר}}$ נקראת בשם אום (Ω). מקור השם התנגדות נעוץ בעובדה שככל ש- R גדול יותר דרוש מתח גבוה יותר על מנת להזרים במוליך זרם נתון. מוליך אשר בו מתקיים חוק אום נקרא נגד.

מצא את הקשר בין התנגדותו של נגד למוליכותו!

את תלות הזרם במתח נהוג לתאר בצורת גרף הנקרא אופיין (תרשים 1.6). מחוק אום ברור כי האופיין של נגד הוא ישר העובר דרך ראשית הצירים כאשר שיפועו מתאר את מוליכות הנגד, והערך ההפוך של השיפוע מתאר את התנגדות הנגד.



תרשים 1.6: *אופיינים של רכיבים שונים*

a. *נגד.*

b. *נורת להט.*

c. *שפופרת ריק מסוימת.*

ניסויים מראים כי אופיין ישר מתאר את התנהגותם של מוליכים מסוימים בלבד. במילים אחרות, חוק אום נכון אך ורק למוליכים מסוימים. בדיקה מדוקדקת מראה (ראה ניסוי 2) כי חוק אום מתקיים במוליכים מתכתיים רק בתנאי שהטמפרטורה שלהם ותנאים פיסיקלים אחרים (לחץ, חשיפה לאור ועוד) נשארים קבועים. לדוגמה, חוט להט של נורה חשמלית, על אף היותו מוליך מתכתי איננו מקיים את חוק אום (תרשים 1.6b). מקובל, גם באותם מרכיבים שאינם מקיימים את חוק אום, כגון דיודות ושפופרות למיניהן (תרשים 1.6c) לקרוא ליחס שבין המתח V לבין עוצמת הזרם I בשם התנגדות. ברור כי במקרים אלה אין ההתנגדות נשארת קבועה. מהתרשימים 1.6b ו-1.6c נובע, לדוגמה, כי התנגדותה של נורת להט גדלה עם גדול המתח בין קצותיה ואילו התנגדותה של שפופרת הריק, שאופיינה מתואר כאן, קטנה עם גדול המתח בין קצותיה.

מקובל, בדרך כלל, לתאר את התנהגותם של רכיבים שונים במעגל חשמלי על ידי ציון התנגדותם, אך יש מקרים בהם שימושי יותר לתאר את המוליכות. לדוגמה,

כאשר מדובר באלקטרוליטים מקובל לתאר את התנהגותם החשמלית על ידי ציון מוליכותם החשמלית. מתברר שמוליכותם של האלקטרוליטים פרופורציונית לריכוז היונים שבתמיסה (פרופורציוניות זו מוגבלת לטמפרטורות נמוכות בלבד).

1.6 התנגדות סגולית

ניסויים פשוטים מראים כי התנגדותו של תיל מתכתי המצוי בטמפרטורה קבועה פרופורציונית לאורכו ℓ ופרופורציונית באופן הפוך לשטח חתכו A :

$$R \propto \frac{\ell}{A}$$

כלומר:

$$\boxed{R = \rho\frac{\ell}{A}}$$

כאשר ρ הוא מקדם פרופורציה התלוי כמובן בטיב החומר ממנו עשוי התיל המתכתי. ρ נקרא <u>ההתנגדות הסגולית</u>.

מימדי ההתנגדות הסגולית הם מימדי התנגדות × אורך. כאשר אורך התיל נמדד ב-מ' ושטח חתכו ב-מ^2, יחידת ההתנגדות הסגולית היא אום × מטר. מאחר ובדרך כלל מימדי שטח החתך של תילי הולכה הם בסדר גודל של מ"מ^2 ספורים, מקובל במקרים רבים לבטא את יחידת ההתנגדות הסגולית ב- $\frac{\text{אום} \times \text{מ"מ}^2}{\text{מ'}}$. במקרה זה, כאשר יש לחשב את התנגדותו של תיל נתון, יש לבטא את אורכו במטר ואת שטח חתכו במ"מ^2.

בטבלה 1.1 מופיעים ערכים של התנגדות סגולית של מספר מוליכים. בטבלה 1.2, צוינו, לשם השוואה, ההתנגדויות הסגוליות של מספר מבדדים. למעשה, המבדדים אינם אלא מוליכים גרועים, אך מהערכים המספריים המופיעים בטבלה ברור מדוע מקובל לקרוא להם בשם מבדדים.

1.7 תלות ההתנגדות בטמפרטורה

כאמור, התנגדותו של תיל מתכתי נשארת קבועה כל עוד הטמפרטורה שלו ותנאים פיסיקליים אחרים נותרים קבועים. דגש מיוחד ניתן להשפעת הטמפרטורה כי במרבית המתכות השפעת הטמפרטורה על ההתנגדות היא משמעותית. בעיקר בולט הדבר בנורות הלהט בהן טמפרטורת המתכת מגיעה לכמה אלפי מעלות צלסיוס. מתברר כי במתכות טהורות ההתנגדות עולה עם הטמפרטורה, בקירוב טוב למדי, באופן ליניארי. אם נסמן את ההתנגדות בטמפרטורה 0°C ב- R_o ואת הטמפרטורה ב- t°C ב- R_t יתברר כי בקירוב טוב מתקיים הקשר:

$$R_t = R_o(1 + \alpha t)$$

כאשר α נקרא <u>מקדם הטמפרטורה של ההתנגדות</u> ויחידותיו $\frac{1}{°C}$. בטבלה 1.1 מופיעים ערכים של α עבור מתכות שונות.

להלן מספר עובדות הקשורות בהתנגדותם (או מוליכותם) של מספר מוליכים:

1. חוט הלהט בנורה חשמלית עשוי בדרך כלל מטונגסטן (וולפרם). כאשר הנורה מאירה באורה המלא מגיעה טמפרטורת חוט הלהט לכ-2700°C. בטמפרטורה זו גדולה התנגדות הנורה בערך פי 12 מהתנגדותה כאשר לא זורם בה זרם.
2. לניכרום התנגדות סגולית גבוהה יחסית ומקדם טמפרטורה נמוך יחסית. לכן רב בו השימוש ליצירת גופי חימום חשמליים.
3. לקונסטנטן מקדם טמפרטורה נמוך ביותר, לכן מקובל לבנות ממנו נגדים תקניים (סטנדרטיים).
4. עבור מספר חומרים, כמו פחמן, גרמניום וצורן, מקדם הטמפרטורה α הוא שלילי. כלומר, התנגדותם יורדת עם עליית הטמפרטורה. חומרים אלה שייכים למשפחת חומרים המאופיינים גם על ידי התנגדות סגולית גבוהה, הם ידועים בשם <u>מוליכים למחצה</u>.
5. התנגדותן של מתכות מסוימות נעלמת כליל כאשר מורידים את הטמפרטורה שלהם לקירבת האפס המוחלט. תופעה זו ידועה בשם <u>על-מוליכות</u> (superconductivity). בטמפרטורות נמוכות (עבור בדיל 3.7K שהם -269.3°C; עבור עופרת 7.2K שהם -265.8°C) זורם במתכות אלה זרם חשמלי מבלי שיהיה הפרש פוטנציאלים בין קצהו האחד של המוליך לבין קצהו השני.

החומר	התנגדות סגולית – ρ $(10^{-8}\ \Omega \times m)$ ב-20°C	מקדם הטמפרטורה של ההתנגדות – α $(10^{-3}\ \frac{1}{°C})$
כסף	1.59	4.1
נחושת	1.67	3.9
אלומיניום	2.66	4.3
זהב	2.35	4.0
טונגסטן (וולפרם)	5.65	4.5
ברזל	9.71	6.5
קונסטנטן (60% נחושת 40% ניקל)	49	∿ 0.01
כספית	96	0.9
ניכרום (80% ניקל 20% כרום)	100	0.4
גרפיט	1375	

<u>טבלה 1.1</u>: התנגדויות סגוליות ומקדמי הטמפרטורה של מוליכים אחדים.

חומר	התנגדות סגולית - ρ ב- 20°C (Ω × m)
זכוכית	$\sim 10^{12}$
בקליט	$\sim 10^{6}$
גומי	$\sim 10^{15}$

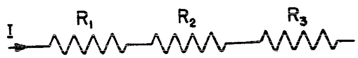
טבלה 1.2: התנגדויות סגוליות של מבדדים אחדים

1.8 חיבור נגדים בטור ובמקביל

במעגלים רבים מופיעים צירופים שונים של נגדים. כדי שניתן יהיה לחשב את השפעתם המשותפת של הנגדים במעגל, נבחן את שני סוגי הצירופים הבסיסיים.

חיבור בטור

בסוג זה של חיבור זורם אותו הזרם I דרך כל הנגדים המחוברים (תרשים 1.7). היות והאנרגיה שכל יחידת מטען משחררת (המתח) בסך הכל בנגדים שווה לסכום הכמויות המשוחררות בכל נגד הרי ניתן לרשום כי:



תרשים 1.7: חיבור נגדים בטור.

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

עפ"י חוק אום:

$$V = IR_1 + IR_2 + IR_3 = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

או:

$$\frac{V}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

המנה $\frac{V}{I}$ איננה אלא ההתנגדות הכוללת או כפי שמקובל לכנותה, ההתנגדות השקולה R של שלושת הנגדים, לכן:

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

ברור, כי נוסחה זו אינה מוגבלת לשלושה נגדים בלבד. באופן כללי ההתנגדות השקולה של n נגדים שונים המחוברים בטור היא:

$$R = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

במקרה בו n הנגדים הם בעלי התנגדות שווה - R_1, ההתנגדות השקולה היא:

$$R = nR_1$$

משתי הנוסחאות האחרונות ברור כי ההתנגדות השקולה של מספר נגדים המחוברים בטור גדולה תמיד מהגדולה בהתנגדויות המחוברות.

המתחים על פני שני נגדים המחוברים בטור נמצאים ביחס ישר להתנגדויותיהם. אפשר לראות זאת בנקל מתוך חוק אום:

$$V_1 = IR_1$$

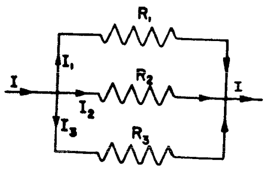
$$V_2 = IR_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

לכן, כאשר במעגל חשמלי מחוברים בטור שני נגדים שהתנגדותו של האחד גדולה יחסית להתנגדות השני (גוף חימום של מגהץ ותייל ההולכה לדוגמה) יפול עיקר המתח על הנגד שהתנגדותו גבוהה יותר (בדוגמה הקודמת, גוף החימום של המגהץ).

חיבור במקביל

בסוג זה של חיבור שורר אותו מתח V בין קצות הנגדים המחוברים (תרשים 1.8) מאחר ומטען חשמלי אינו מצטבר או נעלם בצמתים, ברור כי הזרם הכולל I שווה במקרה זה לסכום הזרמים בכל אחד מן הענפים*:



תרשים 1.8: חיבור נגדים במקביל

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

*משפט זה הוא בעצם ניסוח של חוק הידוע בשם "חוק הצומת". זהו אחד משני חוקים הידועים בשם חוקי קירכהוף ואשר בעזרתם ניתן לנתח מעגלים חשמליים מסובכים (על חוקי קירכהוף ראה עמוד 38).

עפ"י חוק אום:

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

או:

$$\frac{I}{V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

המנה $\frac{I}{V}$ אינה אלא הערך ההפכי של ההתנגדות הכוללת (השקולה) - $\frac{1}{R}$ של שלושת הנגדים.

לכן:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

באופן כללי, ההתנגדות השקולה R של n נגדים המחוברים במקביל נתונה ע"י הנוסחה:

$$\boxed{\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}}$$

כזכור, הערך ההפכי של ההתנגדות נקרא מוליכות. לכן, ניתן לומר כי המוליכות השקולה של מספר נגדים מחוברים במקביל היא סכום המוליכויות של הנגדים המחוברים.

במקרה ש-n הנגדים הם בעלי התנגדות שווה - R_1, ההתנגדות השקולה תחושב מתוך:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_1} = \frac{n}{R_1}$$

ולכן:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

מן הנוסחאות האחרונות ברור כי הערך ההפוך של ההתנגדות השקולה של נגדים המחוברים במקביל גדול מן הערך ההפוך הגדול ביותר של הנגדים המחוברים. משמעות הדבר היא, כי ההתנגדות השקולה קטנה מהקטנה בהתנגדויות המחוברות.

במעגלים רבים יש לחבר זה לזה שני נגדים במקביל. במקרה זה מתקיים:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

ולכן:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

כלומר, התנגדותם השקולה של שני נגדים המחוברים במקביל שווה למנת מכפלת ההתנגדויות בסכומן (כלל זה נכון לשני נגדים בלבד!).
עוצמת הזרמים בכל אחד מן הנגדים המחוברים במקביל נמצאות ביחס הפוך להתנגדויותיהם. אפשר להראות זאת בנקל מתוך חוק אום:

$$V = I_1 R_1$$

$$V = I_2 R_2$$

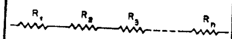
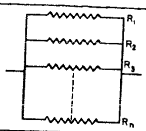
לכן:

$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

או:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

בטבלה 1.3 מסוכמות תכונות החיבור בטור והחיבור במקביל של נגדים.

התכונה	חיבור בטור	חיבור במקביל
תרשים		
עוצמת הזרם	$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n = I$	$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = I$
מתח	$V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = V$	$V_1 = V_2 = V_3 = \dots = V_n = V$
התנגדות שקולה	$R = \sum_{k=1}^{n} R_k$	$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k}$
התנגדות שקולה של n נגדים שווים- R_1	$R = nR_1$	$R = \frac{R_1}{n}$
ההתנגדות השקולה בהשואה להתנגדויות המחוברות.	$R > (R_k)_{max}$	$R < (R_k)_{min}$
ההתנגדות השקולה של שני נגדים	$R = R_1 + R_2$	$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
יחס הזרמים בשני נגדים	$I_1 : I_2 = 1$	$I_1 : I_2 = R_2 : R_1$
יחס המתחים בשני נגדים	$V_1 : V_2 = R_1 : R_2$	$V_1 : V_2 = 1$

טבלה 1.3: תכונות החיבור בטור ובמקביל

בעזרת הכללים המסוכמים בטבלה ניתן לחשב התנגדויות שקולות, זרמים ומתחים במעגלים פשוטים בהם הנגדים מחוברים באחת משתי הצורות הנ"ל, או בצירופים שלהם. במעגלים מסובכים יותר יש להעזר בחוקים נוספים הידועים בשם חוקי קירכהוף על מנת לבצע את החישובים הנ"ל (ראה עמוד 38).

להלן מספר דוגמאות לשימוש בכללי החיבור של נגדים בטור ובמקביל.

<u>דוגמה 1</u>

לרשותך 3 נגדים של 10Ω כל אחד. מצא את ההתנגדות השקולה של כל הצירופים האפשריים בחיבור שלושת נגדים אלה.

הצירוף הפשוט ביותר הוא החיבור בטור:



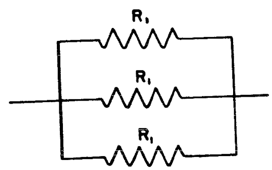
ההתנגדות השקולה נתונה על ידי הנוסחה:

$$R = nR_1$$

כלומר:

$$R = 3 \cdot 10 = 30\Omega$$

צירוף פשוט אחר הוא החיבור במקביל:



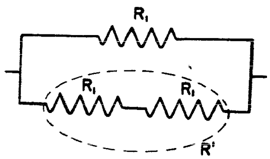
ההתנגדות השקולה נתונה על ידי הנוסחה:

$$R = \frac{R_1}{n}$$

כלומר:

$$R = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}\Omega$$

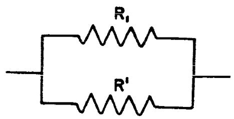
שני אופני חיבור נוספים הם הבאים:



ההתנגדות השקולה של שני הנגדים המחוברים בטור היא:

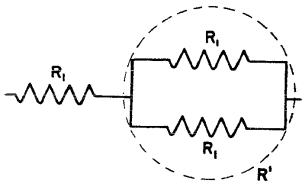
$$R' = 2R_1 = 20\Omega$$

ההתנגדות השקולה של המעגל כולו:



$$R = \frac{R_1 R'}{R_1 + R'}$$

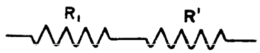
$$R = \frac{10 \cdot 20}{30} = 6\frac{2}{3}\Omega$$



ההתנגדות השקולה של שני הנגדים המחוברים במקביל היא:

$$R' = \frac{R_1}{2} = 5\Omega$$

ההתנגדות השקולה של המעגל כולו:

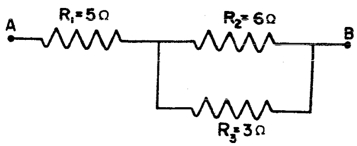


$$R = R_1 + R' = 15\Omega$$

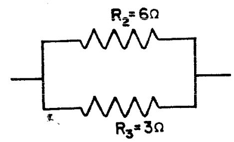
<u>תרגיל:</u> מצא את ההתנגדות השקולה של כל אחד מהצירופים האפשריים של 4 נגדים שהתנגדות כל אחד מהם היא 10Ω.

<u>דוגמה 2</u>

המתח בין הנקודות A ו-B שבתרשים הוא 14V. חשב את המתח ועוצמת הזרם בכל נגד.

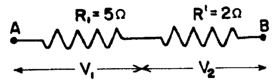


ההתנגדות השקולה של שני הנגדים המחוברים במקביל היא:



$$R' = \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R' = \frac{6\cdot 3}{6 + 3} = 2\Omega$$



ההתנגדות השקולה היא לכן:

$$R = R_1 + R'$$

$$R = 5 + 2 = 7\Omega$$

מכאן שעוצמת הזרם הכולל I היא:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{14}{7} = 2A$$

זה כמובן גם הזרם ב R_1, לכן המתח בין קצותיו הוא:

$$V_1 = IR_1$$

$$V_1 = 2\cdot 5 = 10V$$

המתח בין קצות שני הנגדים הנותרים הוא:

$$V_2 = V - V_1$$

$$V_2 = 14 - 10 = 4V$$

ולכן הזרם בכל אחד מן הנגדים הוא:

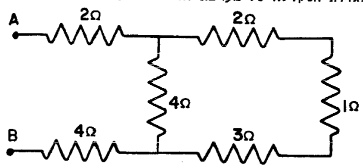
$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}A$$

$$I_3 = \frac{V_2}{R_3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}A$$

סכום הזרמים I_1 ו-I_2 הוא כצפוי 2A (עוצמת הזרם I). היחס בין עוצמות הזרמים הוא $I_2:I_3 = \frac{2}{3}:1\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$. מתקיים, איפוא, $I_2:I_3 = R_3:R_2$, כנדרש.

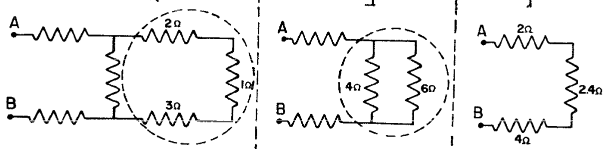
דוגמה 3

חשב את ההתנגדות השקולה של מערכת הנגדים בין הנקודות A ו-B שבתרשים:



נפתור את התרגיל בשלבים כאשר בכל שלב נחבר נגדים שאין לנו כל ספק כיצד הם מחוברים זה לזה (בטור או במקביל).

א   ב   ג



א: מחוברים בטור, והתנגדותם השקולה:

$$2 + 1 + 3 = 6\Omega$$

ב: מחוברים במקביל, והתנגדותם השקולה:

$$\frac{6\cdot 4}{6 + 4} = 2.4\Omega$$

ג: מחוברים בטור, והתנגדותם השקולה:

$$2 + 2.4 + 4 = 8.4\Omega$$

1.9 מכשירי מדידה לזרם ולמתח

מד-זרם - אמפרמטר

קיימים סוגים שונים של מכשירי מדידה לעוצמת הזרם החשמלי. עקרון פעולתו של הנפוץ במכשירי המדידה הוא הבא:
בין קטביו של מגנט קבוע מצוי סליל העשוי מתיל מוליך. הסליל חופשי להסתובב על ציר קבוע. בעת שזורם זרם דרך הסליל מפעיל השדה המגנטי של המגנט כוח על הסליל וגורם לו להסתובב בזוית שהיא פרופורציונית לעוצמת הזרם. פרטים נוספים על מבנה האמפרמטר המבוסס על סליל מסתובב תמצא בתרגילים 11, 12 של פרק ה. סטיית הסליל מוצגת באמצעות מחוג על תדריג מכויל.

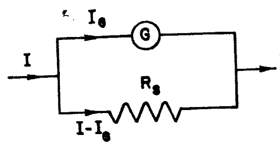
המכשיר כפי שתיארנו אותו מסוגל בד"כ למדוד רק זרמים קטנים ביותר ומקובל לקרוא לו בשם <u>גלוונומטר</u>.

כדי לאפשר את שינוי תחום המדידה של הגלוונומטר לתחום רצוי, מחברים אליו במקביל נגד בעל התנגדות קטנה יחסית להתנגדות הסליל, והנקרא <u>מיצד</u> (shunt).

נסמן ב-R_G את התנגדות הגלוונומטר וב-R_S את התנגדות הנגד.

עוצמת הזרם המירבית המותרת בגלוונומטר היא I_G, וברצוננו להגדיל את תחום המדידה עד לזרם מירבי שעוצמתו I.

על סמך תכונות החיבור במקביל נוכל לרשום (תרשים 1.9):



<u>תרשים 1.9</u>: *חיבור מיצד לגלוונומטר במטרה להופכו לאמפרמטר.*

$$V_G = V_S$$

כלומר:

$$I_G R_G = (I - I_G)R_S$$

או:

$$R_S = \frac{I_G R_G}{I - I_G} = \frac{R_G}{\frac{I}{I_G} - 1}$$

המנה $n = \frac{I}{I_G}$ היא המספר האומר פי כמה גדל תחום המדידה של המכשיר כתוצאה מהוספת המיצד, לכן:

$$R_S = \frac{R_G}{n - 1}$$

כאשר $I \gg I_G$ כלומר, $n \gg 1$ ניתן לרשום בקירוב כי:

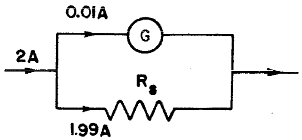
$$R_S \sim \frac{R_G}{n}$$

כלומר, אם ברצוננו להגדיל את תחום המדידה של גלוונומטר פי n יש לחבר אליו במקביל מיצד שהתנגדותו קטנה פי n (במדויק, פי n − 1) מהתנגדות הגלוונומטר.
במכשירי מדידה המקובלים כיום, מצויים באמפרמטר מספר מיצדים, כשלכל מיצד מתאים תחום מדידה משלו. היצרן מכייל את התדריג בהתאם, באופן שהמכשיר הוא רב-תחומי.

כאשר ברצוננו למדוד זרם דרך רכיב של מעגל חשמלי יש לחבר אליו בטור את האמפרמטר. כדי שהוספת האמפרמטר תשפיע מעט ככל האפשר על המעגל, חייבת התנגדות האמפרמטר להיות קטנה ככל האפשר, הסבר!

<u>דוגמה</u>:

חשב את התנגדותו של המיצד שיש לחבר לגלוונומטר בעל התנגדות 8 אום וסטיית מחוג מירבית עבור 10mA, אם יש ברצוננו להופכו לאמפרמטר המסוגל למדוד זרמים עד 2 אמפר.



אם מתוך הזרם של 2A רק 10mA יכולים לעבור דרך הגלוונומטר יש להוסיף לו במקביל נגד שבו יעבור זרם של 2 - 0.01 = 1.99A

לכן:

$$0.01R_G = 1.99R_S$$

$$R_S = \frac{8}{199} \sim 0.04\Omega$$

פשוט יותר היה לפתור את התרגיל בעזרת הקירוב שתואר לעיל: מאחר וברצוננו להגדיל את תחום המדידה פי $\frac{2}{0.01} = 200$ יש לחבר לגלוונומטר מיצד שהתנגדותו, בקירוב טוב, קטנה פי 200 מזו של המכשיר המקורי.

$$R_S \sim \frac{R_G}{200} = \frac{8}{200} = 0.04\Omega$$

<u>מד-מתח – וולטמטר</u>

כל גלוונומטר יכול לשמש גם כוולטמטר. מכפלת התנגדותו בעוצמת הזרם המירבית המותרת בו, היא המתח המירבי שהמכשיר יכול למדוד.
כדי להגדיל את תחום המדידה ניתן לחבר אליו בטור נגד שהתנגדותו גדולה יחסית להתנגדות הגלוונומטר. אם התנגדות הגלוונומטר היא R_G, ועוצמת הזרם המירבית דרכו היא I_G יהיה המתח המירבי שהוא מסוגל למדוד:

$$V_G = R_G I_G$$

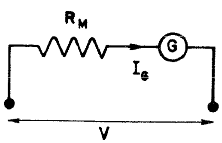
אם ברצוננו להגדיל את תחום המדידה ל-V יהיה עלינו לחבר בטור לגלוונומטר נגד R_M באופן שבין קצותיו ישרור מתח $V - V_G$.

לפי חוק אום:

$$V - V_G = I_G R_M$$

ולכן:

$$R_M = \frac{V - V_G}{I_G}$$



<u>תרשים 1.10</u>: *הגדלת תחום המדידה של גלוונומטר כמד-מתח*

נציב: $I_G = \frac{V_G}{R_G}$

ונקבל:

$$R_M = \frac{V - V_G}{\frac{V_G}{R_G}} = (\frac{V}{V_G} - 1) R_G$$

המנה $\frac{V}{V_G} = n$ היא המספר האומר פי כמה גדל תחום המדידה של המכשיר כתוצאה מהוספת הנגד R_M, לכן:

$$R_M = (n - 1)R_G$$

כאשר $V_G << V$, כלומר, $1 << n$, ניתן לרשום בקירוב כי:

$$R_M \sim nR_G$$

על ידי צירוף מספר נגדים כאלה הופך המכשיר לרב-תחומי. כמובן שהיצרן המייצר את הוולטמטרים מכייל את התדריג להוראה ישירה של מתחים בתחומים השונים. כדי למדוד את המתח בין שתי נקודות של מעגל חשמלי יש לחבר אליהן במקביל את הוולטמטר. כדי שהוספת הוולטמטר תשפיע מעט ככל האפשר על המעגל, חייבת התנגדות הוולטמטר להיות גדולה ככל האפשר, הסבר!

<u>דוגמה:</u>

בגלוונומטר שהתנגדותו 2000Ω נגרמת סטיה מלאה בזרם של 50μA.

א. מהו המתח המירבי שמסוגל הגלוונומטר למדוד?

ב. כיצד ניתן להתאימו למדידת מתחים של עד 10V?

א. המתח המירבי שמסוגל הגלוונומטר למדוד שווה למכפלת התנגדותו בעוצמת הזרם המירבית בו:

$$V_G = R_G I_G$$

$$V_G = 2\cdot10^3\cdot5\cdot10^{-5} = 0.1V$$

ב. כדי להתאימו למדידת מתחים של עד 10V יש לחבר אליו בטור נגד R_M, באופן שהמתח בין קצותיו יהיה 9.9V (10-0.1) עבור זרם של 50μA, לכן:

$$R_M = \frac{V - V_G}{I_G}$$

$$R_M = \frac{10 - 0.1}{5\cdot10^{-5}} = 1.98\cdot10^5\Omega$$

פשוט יותר היה לפתור את התרגיל בעזרת הקירוב שתואר לעיל: מאחר וברצוננו להגדיל את תחום המדידה פי $\frac{10}{0.1} = 100$ יש לחבר לגלוונומטר נגד שהתנגדותו, בקירוב טוב, גדולה פי 100 מהתנגדות הגלוונומטר:

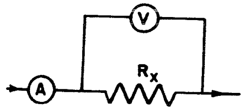
$$R_M \sim 100R_G = 2\cdot10^5\Omega$$

1.10 <u>מדידת התנגדות</u>

התנגדותו של נגד מוגדרת כיחס בין המתח שבין קצותיו לבין עוצמת הזרם בו:

$$R = \frac{V}{I}$$

לכן, אם ברצוננו למדוד את התנגדותו של נגד כל שעלינו לעשות, לכאורה, הוא לחבר אליו בטור אמפרמטר שיורה על הזרם בו ובמקביל וולטמטר שיורה על המתח בין קצותיו. מנת המתח בעוצמת הזרם היא ההתנגדות המבוקשת. המעגל שתואר כאן נראה כך (תרשים 1.11):



<u>תרשים 1.11:</u> מדידת ההתנגדות של נגד שהתנגדותו קטנה יחסית להתנגדות הוולטמטר

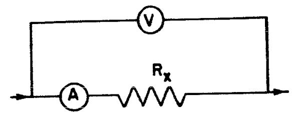
נראה עתה כי כאשר התנגדות R_x של נגד אינה קטנה יחסית להתנגדות R_V של הוולטמטר, מנת הקריאה של הוולטמטר בקריאת האמפרמטר אינה R_x. האמפרמטר שבתרשים 1.11 מורה על הזרם הכולל בנגד ובוולטמטר. מכאן נובע, כי המנה $\frac{V}{I}$ היא ההתנגדות השקולה של הוולטמטר R_V והנגד R_x, כלומר:

$$\frac{V}{I} = \frac{R_V R_x}{R_V + R_x} = \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_V}}$$

רק כאשר: $R_V >> R_X$ כך ש- $\frac{R_x}{R_V} << 1$

מתקיים: $\frac{V}{I} \sim R_x$

כאשר התנגדות הנגד היא מסדר גודל של התנגדות הוולטמטר או אף גדולה יותר, יש לחבר את הוולטמטר כמתואר בתרשים 1.12.



תרשים 1.12: מדידת ההתנגדות של נגד שהתנגדותו גדולה.

במקרה זה מורה הוולטמטר על המתח הכולל על הנגד והאמפרמטר. מכאן נובע, כי המנה $\frac{V}{I}$ היא ההתנגדות השקולה של האמפרמטר R_A והנגד R_x.

$$\frac{V}{I} = R_x + R_A$$

במקרה זה חייב להתקיים, כמובן: $R_x >> R_A$

ואז: $\frac{V}{I} \sim R_x$

למעשה, משתמשים כיום במכשירי מדידה מיוחדים למדידת התנגדות. מכשיר המשמש למדידת התנגדות נקרא אוממטר (ohmmeter). בדרך כלל הוא חלק ממכשיר מדידה המשמש גם למדידת מתחים וזרמים. מכשיר זה נקרא "רב מודד" (multimeter).* הסבר עקרון הפעולה של האוממטר חורג ממסגרת ספר זה.

1.11 כא"מ, מתח הדקים והתנגדות פנימית

כבר בתחילת הפרק הגדרנו את הכא"מ ואת מתח ההדקים. ידיעת חוק אום מאפשרת לנו עתה למצוא את הנוסחה המקשרת ביניהם.

כידוע, הזרם זורם לא רק במעגל החיצוני, אלא גם במקור עצמו. סביר להניח, שגם למקור יש התנגדות מסוימת למעבר הזרם, לכן גם בו מתפתח חום. מחוק שימור האנרגיה נובע כי האנרגיה שמשחררת כל יחידת מטען במעגל החיצוני ובמקור גם יחד שווה לאנרגיה שהוענקה ליחידת המטען על ידי המקור. לכן ניתן לרשום:

$$\boxed{\varepsilon = V + V'}$$

כאשר ε - הכא"מ

V - מתח ההדקים (המתח במעגל החיצוני).

V' - מפל מתח פנימי (במקור).

כאמור, מפל המתח הפנימי נובע מההתנגדות הפנימית r של המקור עצמו, ועל כן:

$$\boxed{V' = rI}$$

אם המעגל החיצוני מורכב מנגדים אחדים שהתנגדותם השקולה R, יתבטא מתח ההדקים על ידי:

$$\boxed{V = RI}$$

את הנוסחה לכא"מ נוכל לרשום בצורה הבאה:

$$\varepsilon = RI + rI$$

מכאן:

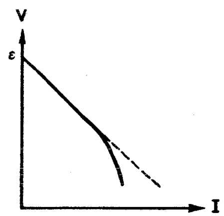
$$\boxed{I = \frac{\varepsilon}{R + r}}$$

עוצמת הזרם במעגל נקבעת, אם כן, על ידי הכא"מ של המקור וההתנגדות הכוללת של המעגל (החיצונית והפנימית גם יחד). אילו יכולנו לבנות מקור מתח אידיאלי, המספק זרם אך אין בתוכו כל אבודי אנרגיה, כי התנגדותו הפנימית היא אפס, היו המושגים כא"מ ומתח הדקים מזדהים. מצויים בשימוש מקורות בעלי התנגדות פנימית הניתנת להזנחה לרוב הצרכים. המצבר של מכונית והרשת הביתית הם דוגמאות של מקורות כאלה.

מן הנוסחאות לעיל נובע כי: $V = \varepsilon - Ir$.

גרף של מתח ההדקים כפונקציה של עוצמת הזרם מתואר בתרשים 1.13.

באופן מעשי מתברר כי במקרים רבים, בעיקר בסוללות, אין ההתנגדות הפנימית נשארת קבועה*, והקשר הליבארי בין מתח ההדקים לעוצמת הזרם מוגבל לזרמים נמוכים בלבד. בתרגילים השונים שאנו נפתור, נניח כי ההתנגדות הפנימית נשארת קבועה.



תרשים 1.13: תלות מתח ההדקים בעוצמת הזרם.

---

*בסוללות למעשה גם הכא"מ איננו קבוע והוא קטן בגלל תופעת קיטוב המתרחשת בסוללה, בעיקר כאשר הזרמים בה הם בעלי עוצמה גדולה. בתרגילים אנו נניח כי הכא"מ של המקור הוא גודל קבוע.

כאמור: $V = IR$

ו- $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$

לכן: $V = \frac{\varepsilon}{R + r}R$

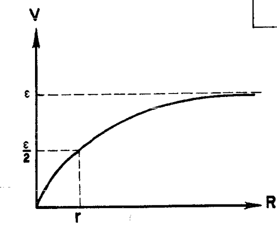
או:

$$\boxed{V = \frac{\varepsilon}{1 + \frac{r}{R}}}$$

כאשר: $R \to \infty$

אזי: $V \to \varepsilon$

תוצאה זו מתישבת עם הביטוי המקשר בין מתח ההדקים ועוצמת הזרם. שהרי כאשר $R \to \infty$, $I \to 0$ ולכן $V \to \varepsilon$. התיאור הגרפי של תלות V ב- R מופיע בתרשים 1.14.



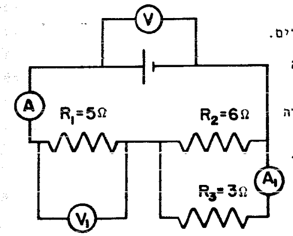
תרשים 1.14: תלות מתח ההדקים בהתנגדות החיצונית.

להלן מספר דוגמאות העוסקות בניתוח מעגלים חשמליים.

<u>דוגמה 1</u>

אל סוללה שהכא"מ שלה הוא $\varepsilon = 2.4V$ והתנגדותה הפנימית $r = 1\Omega$ מחוברים 3 נגדים בהתאם לתרשים המצורף:

בהנחה כי התנגדויות האמפרמטרים שבמעגל זניחות והתנגדויות הוולטמטרים אינסופיות, כמה יורה כל מכשיר מדידה?



נברר תחילה על מה מורה כל אחד מן המכשירים.

- V - מחובר להדקי המקור ועל כן הוא מורה על מתח ההדקים.
- V_1 - מחובר במקביל ל- R_1 ועל כן הוא מורה על המתח בין קצות הנגד R_1.
- A - מורה על הזרם היוצא מן המקור כלומר הזרם הכולל במעגל.
- A_1 - מחובר בטור ל- R_3 ועל כן מורה על הזרם הזורם ב- R_3.

עתה נחשב את ההתנגדות החיצונית השקולה של המעגל. הנגד R_1 מחובר בטור לנגדים R_2 ו- R_3 המחוברים ביניהם במקביל, לכן:

$$R = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R = 5 + \frac{6 \cdot 3}{6 + 3} = 7\Omega$$

הזרם הכולל במעגל:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$I = \frac{2.4}{7 + 1} = 0.3A$$

מתח ההדקים:

$$V = IR$$

$$V = 0.3 \cdot 7 = 2.1V$$

אפשר לחשב את V גם על פי הנוסחה:

$$V = \varepsilon - Ir$$

$$V = 2.4 - 0.3 \cdot 1 = 2.1V$$

המתח V_1 בין קצות הנגד R_1:

$$V_1 = IR_1$$

$$V_1 = 0.3 \cdot 5 = 1.5V$$

המתח V_2 בין קצות שני הנגדים המחוברים במקביל:

$$V_2 = V - V_1$$

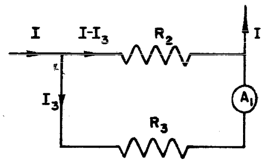
$$V_2 = 2.1 - 1.5 = 0.6V$$

הזרם ב- R_3 הוא לכן:

$$I_3 = \frac{V_2}{R_3}$$

$$I_3 = \frac{0.6}{3} = 0.2A$$

אפשר לחשב את הזרם ב- R_3 גם בדרך הבאה: יחס הזרמים בנגדים R_2 ו- R_3 הפוך ליחס שבין התנגדויותיהם, כלומר:



$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}$$

ובהיות: $$I_2 + I_3 = I$$

מתקיים: $$\frac{I - I_3}{I_3} = \frac{R_3}{R_2}$$

מכאן מקבלים: $$I_3 = \frac{I}{1 + \frac{R_3}{R_2}}$$

$$I_3 = \frac{0.3}{1 + \frac{3}{6}} = \frac{0.3}{1.5} = 0.2A$$

לסיכום:

V - מורה על 2.1V

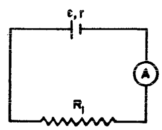
V_1 - מורה על 1.5V

A - מורה על 0.3V

A_1 - מורה על 0.2A

<u>דוגמה 2</u>

אל סוללה שהכא"מ שלה הוא $\varepsilon = 12V$ והתנגדותה הפנימית $r = 2\Omega$ מחובר נגד שהתנגדותו $R_1 = 6\Omega$. התנגדות האמפרמטר זניחה.



חשב:

א. כמה יורה האמפרמטר?

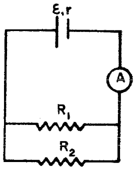
ב. מחברים במקביל ל- R_1 נגד שהתנגדותו $R_2 = 12\Omega$.
כמה יורה האמפרמטר,
ומה תהיה אז עוצמת הזרם בכל אחד מן הנגדים?

א. האמפרמטר מורה על עוצמת הזרם במעגל:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$$

$$I = \frac{12}{6 + 2} = 1.5A$$

ב. הוספת הנגד R_2 במקביל ל- R_1 מקטינה את ההתנגדות השקולה של המעגל ועל כן הזרם הכולל גדל. כדי לחשב את עוצמת הזרם, נחשב תחילה את ההתנגדות השקולה:



$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} = 4\Omega$$

עוצמת הזרם במעגל היא, לכן:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$I = \frac{12}{4 + 2} = 2A$$

מתח ההדקים הוא:

$$V = IR$$

$$V = 2 \cdot 4 = 8V$$

עוצמת הזרם בנגדים היא:

$$I_1 = \frac{V}{R_1}$$

$$I_1 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2}$$

$$I_2 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}A$$

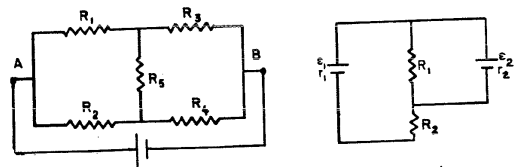
סכום הזרמים I_1 ו- I_2 הוא כצפוי 2A (עוצמת הזרם I).

היחס בין הזרמים I_1 ו- I_2 הוא $I_1:I_2 = 2$. מתקיים איפוא $I_1:I_2 = R_2:R_1$, כנדרש.

כדאי לשים לב לכך שהוספת הנגד R_2 שינתה את עוצמת הזרם הכולל במעגל מ- 1.5A ל- 2A. עוצמת הזרם עלתה. מתח ההדקים, לעומת זאת, ירד!

חוקי קירכהוף

כאמור, לא ניתן לנתח כל מעגל חשמלי באמצעות הכללים שלמדנו עד כה. להלן תרשימים של שני מעגלים כאלה, לדוגמה:



בדרכים שלמדנו עד כה, אי אפשר למצוא את ההתנגדות השקולה בין A ו- B ואת הזרמים השונים במעגל שבתרשים השמאלי, ולא את עוצמות הזרמים בנגדים שבתרשים הימני, גם כאשר ערכי ההתנגדויות והכא"מ יהיו נתונים בשניהם.
במקרים אלה יש להשתמש בשני חוקים הנקראים בשם חוקי קירכהוף.

א. בכל צומת סכום עוצמות הזרמים הנכנסים לצומת שווה לסכום עוצמות הזרמים היוצאים מהצומת.

ב. בכל לולאה סגורה של מעגל חשמלי הסכום האלגברי של הכא"מ-ים של המקורות שווה לסכום האלגברי של מפלי המתח בלולאה (חוק זה נובע מחוק שימור האנרגיה, שהרי הכא"מ מבטא את האנרגיה <u>המוענקת</u> לכל יחידת מטען ואילו מפל המתח מבטא את האנרגיה <u>המשוחררת</u> על ידי כל יחידת מטען).

ניתן להיווכח כי על ידי הפעלת חוקים אלה אפשר לקבל מספר מספיק של משוואות כדי לחשב את כל הגדלים הנחוצים.

ראה לדוגמא תרגיל 23 בסוף הפרק.

1.12 קצר, עומס יתר ונתיך

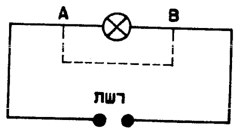
כאשר זרם חשמלי זורם בתיל מתכתי עולה הטמפרטורה של התיל עד לנקודה בה קצב התחממותו של התיל שווה לקצב איבוד החום מפניו לסביבה. במצב זה נשארת טמפרטורת התיל קבועה. בנורות להט חוט הלהט הוא דק כל כך עד כי הטמפרטורה הסופית שלו עולה על 2000°C. בתילי ההולכה, לעומת זאת, אין אנו רוצים שהטמפרטורה תעלה, ועל כן עוביים של תילי ההולכה הוא גדול יחסית לעובי חוטי הלהט כך שהטמפרטורה שלהם בזרמים רגילים גבוהה אך במעט מטמפרטורת החדר. אם מסיבה כלשהי יעלה הזרם מעל לעוצמה המירבית שהתילים יכולים לשאת יווצר חשש סביר לעליית טמפרטורה העלולה לגרום להתלקחות התילים.

שתי סיבות עיקריות עשויות לגרום לעליה גדולה בעוצמת הזרם במעגל:

א. קצר ב. עומס יתר.

א. <u>קצר</u>

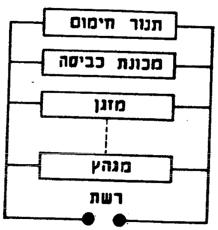
מצב בו שני תילי הולכה המחברים מכשיר למקור (הרשת, לדוגמה) נוגעים זה בזה נקרא קצר. אם יווצר מגע בין הנקודות A ו- B שבתרשים 1.15 תקטן התנגדות המעגל במידה ניכרת ועוצמת הזרם בו תעלה בצורה ניכרת.



<u>תרשים 1.15</u>: חיבור מוליך בין A ו- B יוצר קצר.

ב. <u>עומס יתר</u>

עומס יתר מתרחש כאשר אל מקור (הרשת, לדוגמה) מחברים (במקביל) מספר רב של מכשירים (צרכנים). לכל אחד מן המכשירים התנגדות משלו כך שבמתח נתון זורם בו זרם מסויים. מספר רב של מכשירים גורם לכך שעוצמת הזרם הכולל במעגל גדלה בצורה ניכרת. (ההתנגדות השקולה של מספר נגדים המחוברים במקביל קטנה ככל שמתווספים יותר נגדים, והזרם הכולל גדל).



<u>תרשים 1.16</u>: חיבור רב של "צרכנים" לרשת גורם לעומס יתר.

כדי להגן על המעגל החשמלי מפני הסכנות הכרוכות במצבי קצר ועומס יתר מחברים למעגל בטור נתיך (fuse) שתפקידו לפתוח את המעגל ברגע שהזרם בו עולה מעל למותר. הנתיך איבו אלא תיל קצר ודק יחסית המורכב בגוף עשוי חרסינה או בתוך שפופרת זכוכית. החומר ממנו עשוי התיל ומימדיו נבחרים כך שהוא ניתך ברגע שעוצמת הזרם מגיעה לערכה המכסימלי המותר והמעגל נפתח.

כיום נפוץ השימוש במפסקים "אוטומטיים" ולמרות שאינם מבוססים על התכת מוליך מקובל לקרוא להם בשם "נתיכים אוטומטיים". עקרונות פעולתם של מפסקים אלה שונים מאלה של הנתיך הרגיל אך תפקידם זהה: לפתוח את המעגל החשמלי ברגע שעוצמת הזרם בו מגיעה לערך מסוכן. פעולתם של מפסקים אלה מבוססת בדרך כלל על התופעה המגנטית של הזרם החשמלי. ההסבר המלא של אופן הפעולה חורג ממסגרת ספר זה.

זכור: בכל מקרה בו נתיך במעגל או במכשיר מסויים ניתך, או המפסק האוטומטי שבו "קופץ", יש לברר תחילה מהו הגורם לעליית הזרם ולתקנו. רק אז מותר להחליף את הנתיך או להחזיר את המפסק האוטומטי למצבו הרגיל.

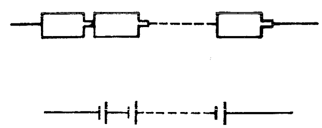
1.13 חיבור תאים חשמליים

לעיתים קרובות למדי יש לחבר זה לזה במעגל חשמלי מספר תאים חשמליים על מנת לקבל מתח או זרם גדולים יותר מאלה שמסוגל לספק תא חשמלי בודד.

קיימות שתי דרכים בסיסיות לחיבור תאים:

א. <u>חיבור בטור</u>

בחיבור זה מחובר ההדק החיובי של תא אחד להדק השלילי של תא שני וכך הלאה (תרשים 1.17).



<u>תרשים 1.17:</u> חיבור תאים בטור

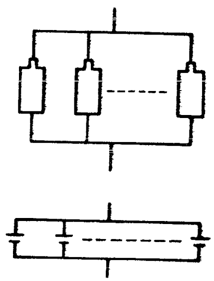
במקרה זה עובר כל מטען דרך כל אחד מן התאים, ובכל תא נוספת לו אנרגיה. לכן, הכא"מ הכולל של התאים שווה לסכום הכאמ"ים של כל התאים.
אם התאים המחוברים זהים ומספרם n הרי שהכא"מ הכולל שלהם הוא $n\varepsilon$ והתנגדותם הכוללת nr, כאשר ε - הכא"מ, ו- r - ההתנגדות הפנימית של כל תא. הזרם הכולל במעגל יהיה לכן:

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + nr}$$

כאשר R ההתנגדות החיצונית השקולה.
בסוג זה של חיבור מקובל להשתמש במקרים בהם יש להפעיל מתקן חשמלי (רדיו טרנזיסטור, לדוגמה) בעזרת מתח הגבוה מזה שמסוגל תא בודד לספק.

ב. <u>חיבור במקביל</u>

בחיבור זה מחוברים ביניהם כל ההדקים החיוביים של התאים, ובחיבור נפרד כל ההדקים השליליים (תרשים 1.18).



<u>תרשים 1.18:</u> חיבור תאים במקביל.

כאשר התאים המחוברים זהים עובר כל מטען הזורם במעגל החיצוני <u>רק</u> דרך אחד מן התאים באופן שנוספת לו אנרגיה בתא אחד בלבד. מכאן נובע כי הכא"מ הכולל של התאים המחוברים במקביל הוא הכא"מ של תא בודד.
אם ההתנגדות הפנימית של כל תא היא r הרי שההתנגדות השקולה של המערכת היא $\frac{r}{n}$ כאשר n מספר התאים שבמערכת. הזרם הכולל במעגל יהיה לכן:

$$I = \frac{\epsilon}{R + \frac{r}{n}}$$

כאשר R ההתנגדות החיצונית השקולה.

בחיבור זה של תאים, הנפוץ הרבה פחות מן החיבור בטור, מקובל להשתמש במקרים בהם יש צורך בעוצמת זרם גבוהה מזו שמסוגל לספק תא יחיד בעוד שהמתח שמסוגל התא לספק הוא המתח הדרוש.

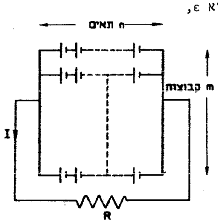
חיבור "מעורב" של תאים

במקרים מסוימים יוצרים מערכת המורכבת מ- m קבוצות מחוברות זו לזו במקביל כאשר בכל קבוצה n תאים זהים המחוברים זה לזה בטור (תרשים 1.19). אם הכא"מ של כל תא הוא ε, והתנגדותו הפנימית r , יהיה הכא"מ הכולל של המערכת $n\varepsilon$ ואילו התנגדותה הפנימית הכוללת:

$$\frac{nr}{m}$$

לכן הזרם I במעגל החיצוני יהיה:

$$I = \frac{n\varepsilon}{R + \frac{nr}{m}}.$$

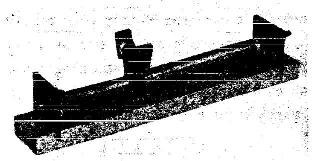


תרשים 1.19: סוללת תאים בחיבור "מעורב"

כאשר R ההתנגדות החיצונית השקולה.

1.14 נגדים משתנים

במעגלים חשמליים רבים יש צורך לשנות את עוצמת הזרם או המתח במעגל כולו או בחלקים ממנו. לצורך זה משתמשים בנגדים שהתנגדותם ניתנת לשינוי. עקרונית, נגד כזה הוא תייל מוליך בעל אורך קבוע, לאורכו ניתן להניע גררה כך שעל ידי התחברות לאחת מקצות התייל ולגררה ניתן לשנות את ההתנגדות (תרשים 1.20).

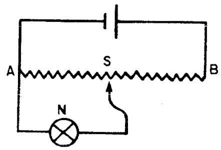


תרשים 1.20: נגד משתנה

השימוש הנפוץ ביותר בנגד משתנה הוא - פוטנציומטר.

פוטנציומטר

את קצות הנגד המשתנה מחברים אל מקור המתח. מאחד הקצוות ומהגררה מתחברים אל הרכיב שאת המתח עליו רוצים לשנות (תרשים 1.21). מאחר וההתנגדות של חלק הנגד AS היא חלק מההתנגדות הכוללת AB יהיה המתח בין S ל-A חלק מהמתח בין B ל-A. בצורה זו ניתן לשנות את המתח בין קצות הרכיב ממתח הקרוב לכא"מ המקור (כאשר הגררה S נמצאת סמוך לקצה B) ועד לאפס (כאשר הגררה נמצאת סמוך לקצה A).



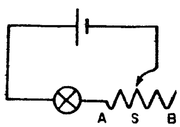
תרשים 1.21: פוטנציומטר

שימוש נוסף, נפוץ פחות, הוא - ריאוסטט.

ריאוסטט

בחיבור זה מחברים את הנגד המשתנה בטור לרכיב המעגל בו רוצים לשנות את עוצמת הזרם. במקרה זה החיבור לנגד המשתנה הוא אל אחד מקצותיו ואל הגררה, קצה שני של הנגד המשתנה אינו מחובר (תרשים 1.22).

כאשר הגררה S מוזזת מן הקצה המחובר (A) של הנגד המשתנה לכיוון הקצה שאינו מחובר (B), גדלה התנגדות המעגל ועוצמת הזרם בו יורדת, ולהיפך.



תרשים 1.22: ריאוסטט

דוגמה

לרשות תלמיד נורה שרשום עליה 6V, 0.2A, מקור של 6V ונגד משתנה שהתנגדותו המירבית 5Ω. התלמיד רוצה לווסת את אור הנורה. כיצד עליו לחבר את הנגד המשתנה לנורה כדי שיצליח לווסת את עוצמת האור? הנח כי התנגדות הנורה נשארת קבועה*, והתנגדותו הפנימית של המקור זניחה.

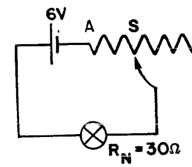
*הנחה זו אינה מציאותית ובאה רק כדי להקל בחישובים.

נחשב תחילה את התנגדות הנורה עפ"י הרשום עליה לפי חוק אום:

$$R_N = \frac{V}{I}$$

$$R_N = \frac{6}{0.2} = 30\Omega$$

ננסה תחילה את החיבור הריאוסטטי:



כאשר הגררה S של הנגד המשתנה תימצא בקצה B של הנגד המשתנה התנגדותו היא מירבית, כלומר 5Ω. עוצמת הזרם במקרה זה תהיה מינימלית:

$$I_{min} = \frac{6}{5 + 30} \sim 0.17A$$

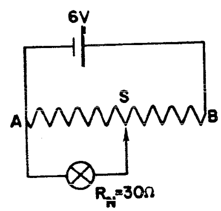
כאשר הגררה תימצא סמוך לקצה A של הנגד המשתנה התנגדותו תהיה אפס ועוצמת הזרם תהיה מכסימלית:

$$I_{max} = \frac{6}{30} = 0.20A$$

כלומר, תחום השתנות הזרם הוא בין 0.17A ל- 0.20A וברור שהתלמיד לא יוכל לעמם את אור הנורה במידה ניכרת.

לעומת זאת, בחיבור הפוטנציומטרי כאשר הגררה S נמצאת בקצה B של הנגד המשתנה יהיה המתח על הנורה 6V והזרם בה:

$$I = \frac{6}{30} = 0.20A$$



כאשר הגררה תמצא בקצה A של הנגד המשתנה יהיה המתח על הנורה אפס והזרם דרכה אף הוא ישווה לאפס. כלומר, תחום השתנות הזרם הוא בין 0 ל- 0.20A, כך שניתן יהיה לעמם את אור הנורה, ואף לכבותה.

1.15 אנרגיה והספק במעגל השמלי

תהליך זרימת זרם חשמלי במעגל הוא תהליך בו מתרחשים גילגולי אנרגיה. במקור הופכת אנרגיה מצורה כלשהי לאנרגיה חשמלית וזו הופכת שוב לצורות שונות של אנרגיה במעגל. במקרה בו הזרם זורם בנגד הופכת האנרגיה החשמלית לחום. ההספק מוגדר כאנרגיה ליחידת זמן:

$$\boxed{P = \frac{E}{t}}$$

P - הספק

E - אנרגיה

t - זמן

כאשר האנרגיה נמדדת בג'אול (J) והזמן בשניות (s) יחידת ההספק היא וט (W).

$$1W = \frac{1J}{1s}$$

על סמך הגדרה זו נחשב עתה את ההספק המתפתח בנגד R בו זורם זרם I. כזכור, המתח בין קצות נגד הוא האנרגיה E המשתחררת בו ליחידת מטען, ולכן:

$$E = Vq = VIt$$

כלומר:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{VIt}{t} = VI$$

ההספק, אם כך, שווה למכפלת המתח בעוצמת הזרם.

בעזרת חוק אום נוכל לרשום שני ביטויים נוספים להספק:

$$\boxed{P = VI = I^2R = \frac{V^2}{R}}$$

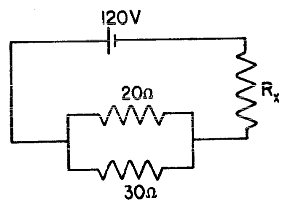
ההבדל בין הנוסחה: $P = VI$ לבין הנוסחות: $P = I^2R = \frac{V^2}{R}$ הוא בכך שהראשונה נכונה לכל רכיב של המעגל החשמלי בעוד ששתי האחרונות נכונות אך ורק לנגדים. לדוגמה, לחישוב ההספק, במנוע חשמלי או בתא אלקטרוליטי ניתן להשתמש רק בנוסחה הראשונה.

במבט ראשון, נדמה כי קיימת סתירה בין שתי הנוסחות האחרונות. לפי הנוסחה $P = I^2R$, ככל שהתנגדות הנגד גבוהה יותר יתפתח בו הספק רב יותר, ואילו לפי הנוסחה $P = \frac{V^2}{R}$ ככל שהתנגדות הנגד גבוהה יותר יתפתח בו הספק קטן יותר. למעשה

אין כל סתירה שהרי הגדלים V ו-I המופיעות בשתי הנוסחות תלויים זה בזה באמצעות R. יחד עם זאת, אם ברצוננו להשוות בין ההספקים של שני נגדים יקל עלינו לעשות זאת בעזרת הנוסחה $P = I^2R$ כאשר הנגדים מחוברים בטור (אז הזרמים בהם שווים), ובעזרת הנוסחה $P = \frac{V^2}{R}$ כאשר הנגדים מחוברים במקביל (אז המתחים עליהם שווים). החיבור בין מכשיר חשמלי (מגהץ, נורה וכו') ובין תילי ההולכה הוא בטור. התנגדות התילים קטנה מאוד יחסית להתנגדות המכשיר, כך שעיקר החום מתפתח במכשיר. בצורה דומה, שתי נורות שונות המחוברות לרשת מחוברות ביניהן במקביל, כך שהספקה של הנורה בעלת ההתנגדות הקטנה גדול יותר. על כל מכשיר חשמלי מקובל לציין שני מספרים: ההספק בוט והמתח בוולט*. אם לדוגמה רשומים על מכשיר המספרים הבאים: 500W, 220V, פירוש הדבר כי במתח של 220V יהיה הספק המכשיר 500W. ברור שאין הספק המכשיר גודל קבוע, ואם נחברו למתח נמוך יותר מזה הרשום עליו יקטן הספקו. כמובן שאסור לחברו למתח גבוה מזה הרשום עליו כי אז גדלה עוצמת הזרם הזורם דרכו, מתפתח בו הספק גדול יותר והמכשיר עלול להישרף.

<u>דוגמה</u>

נתון מעגל חשמלי המתואר בחרשים הבא:



בהנחה שהתנגדות המקור זניחה, מצא את ההתנגדות R_x הדרושה כדי שההספק הכולל בשני הנגדים של 20Ω ו- 30Ω יהיה 300 וט (הנח כי התנגדות המקור זניחה).

ההתנגדות השקולה של שני הנגדים המחוברים במקביל:

$$R = \frac{20 \cdot 30}{20 + 30} = 12\Omega$$

*לעיתים רשום מספר נוסף, והוא תדירות זרם החילופין שאליו מחובר המכשיר (בארץ זו תדירות של 50Hz, בארה"ב 60Hz, ראה פרק ז' סעיף 7.8).

ידיעת ההספק של הנגדים והתנגדותם מאפשרים לנו לחשב את המתח V_1 בין קצותיהם:

$$P = \frac{V_1^2}{R}$$

$$V_1 = \sqrt{PR}$$

$$V_1 = \sqrt{300 \cdot 12} = 60V$$

מכאן נובע כי המתח בין קצות הנגד R_x אף הוא 60 וולט:

$$V_x = V - V_1 = 120 - 60 = 60V$$

מאחר ו- R_x מחובר בטור לשני הנגדים והמתח בין קצותיו שווה למתח בין קצותיהם, הרי שהתנגדותו שווה להתנגדות השקולה שלהם, כלומר:

$$R_x = 12\Omega$$

1.16 הספק מירבי; נצילות

לעיתים מעונינים לדעת מהו ההספק המירבי שניתן להפיק ממקור בעל כא"מ ε והתנגדות פנימית r נתונים. ההספק המופק במעגל החיצוני הוא:

$$P = VI$$

כאשר: I עוצמת הזרם ו- V מתח ההדקים.

כידוע: $V = \varepsilon - Ir$

ולכן: $P = (\varepsilon - Ir)I$

או: $P = -rI^2 + \varepsilon I$

הפונקציה המתארת את הקשר בין P ו I היא פונקציה ריבועית ותאורה הגרפי הוא פרבולה* (תרשים 1.23).

*קואורדינטות נקודת המכסימום של הפונקציה $y = ax^2 + bx + c$ $(a < 0)$

הן: $x = \frac{-b}{2a}$

$$y = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

ההספק המירבי מתקבל עבור עוצמת הזרם הבאה:

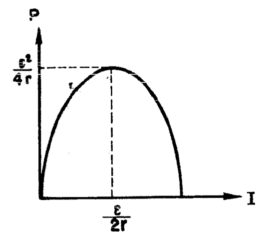
$$I = \frac{-\varepsilon}{-2r} = \frac{\varepsilon}{2r}$$

וערכו:

$$P_{max} = \frac{-\varepsilon^2}{-4r} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

כזכור, הקשר בין I ל- ε הוא:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$



תרשים 1.23: ההספק המופק במעגל החיצוני

מהשוואת שני הביטויים:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \quad \text{ו-} \quad I = \frac{\varepsilon}{2r}$$

נובע כי ההספק המירבי מתקבל כאשר ההתנגדות החיצונית שווה להתנגדות הפנימית ($R = r$).

גודל נוסף בעל ענין בעת הדיון בהספק הוא הנצילות η . נצילותו של מעגל חשמלי מוגדרת כיחס בין ההספק המופק לבין ההספק המושקע.

ההספק המופק ממקור הוא: $P_{\text{מופק}} = VI$.

ההספק המושקע על ידי המקור הוא: $P_{\text{מושקע}} = \varepsilon I$.

לכן: $$\eta = \frac{P_{\text{מופק}}}{P_{\text{מושקע}}} = \frac{V}{\varepsilon}$$

ביטוי אחר לנצילות הוא $\eta = \frac{R}{R + r}$. הוכח!

מאחר ו- V תמיד קטן מ- ε הרי שהנצילות η לעולם קטנה מ- 1 (בד"כ מקובל לבטא את הנצילות באחוזים, כך שניתן לומר כי הנצילות תמיד קטנה מ- 100%). כדאי לשים לב שהמצב בו ההספק המופק ממקור נתון הוא מכסימלי אינו המצב של נצילות מכסימלית. במקרה זה הנצילות היא רק 0.5; הוכח זאת! הנצילות תתקרב ל-1 ככל ש- V יתקרב ל- ε, דהיינו ככל ש- R יהיה גדול יותר.

1.17 סיכום

בפרק זה למדנו להכיר את המעגל החשמלי ולנתחו. בכל מעגל חשמלי מצוי מקור ההופך אנרגיה מצורה מסוימת לאנרגיה חשמלית. זרימת הזרם החשמלי מלווה לפחות באחת מתופעות הלואי הבאות: חימום והארה; תופעות כימיות; תופעות מגנטיות.

לאנרגיה שהמקור מספק לכל יחידת מטען העוברת דרכו אנו קוראים בשם כא"מ המקור. אנרגיה זו ניצרכת בצורות שונות בכל חלקי המעגל (כולל במקור עצמו). להפרש האנרגיות של יחידת מטען בין כל שתי נקודות של המעגל אנו קוראים בשם המתח בין הנקודות. בהסתמך על חוק שימור האנרגיה רשמנו את הנוסחה:

$$\varepsilon = V + V' \qquad (1)$$

כאשר:

ε - כא"מ המקור.
V - מתח הדקים (המתח במעגל החיצוני).
V' - מפל המתח הפנימי במקור.

עבור מוליכים מסוימים המצויים בטמפרטורה קבועה, עוצמת הזרם I פרופורציונית למתח V שבין קצות המוליך. קשר זה רשמנו בצורת חוק הידוע בשם חוק אום:

$$V = IR \qquad (2)$$

כאשר: R - התנגדות המוליך.

התנגדותו של מוליך מתכתי ניתנת לחישוב על פי הנוסחה:

$$R = \frac{\rho \ell}{S} \qquad (3)$$

כאשר:

ρ - מקדם ההתנגדות הסגולית.
ℓ - אורך המוליך.
S - שטח החתך של המוליך.

בהסתמך על תכונה זו של המוליך ניתן ליצור נגדים שהתנגדותם ניתנת לשינוי. נגדים אלה ניתן לצרף למעגל, על מנת לווסת בו מתחים וזרמים, בשתי צורות: חיבור פוטנציומטרי וחיבור ריאוסטטי.

בהסתמך על נוסחות (1) ו (2) קיבלנו את הנוסחה לעוצמת הזרם במעגל:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \qquad (4)$$

כאשר:

R - התנגדות חיצונית שקולה.

r - התנגדות המקור (התנגדות פנימית).

יש לזכור כי המקור במעגל חשמלי הוא מקור מתח ולא מקור זרם. המקור מספק מתח נתון (ε), מתח זה מתחלק בין המעגל החיצוני ובין המקור עצמו לפי יחס התנגדויותיהם ($\frac{R}{r}$). עוצמת הזרם I תלויה לא רק בכא"מ המקור אלא גם בהתנגדות הכוללת של המעגל. אי לכך, ניתן לקבל ממקור בעל כא"מ נתון זרמים בעוצמות שונות; החל מאפס (כאשר המעגל פתוח, $R = \infty$) וכלה ב- $\frac{\varepsilon}{r}$ (כאשר המעגל מקוצר, $R = 0$).

למדנו גם לנתח מעגלים בהם מחוברים זה לזה מספר נגדים בטור או במקביל. מצאנו כי ההתנגדות השקולה של מספר נגדים המחוברים בטור שווה לסכום התנגדויותיהם:

$$R = \sum_{k=1}^{n} R_k \qquad (5)$$

וכי הערך ההפוך של ההתנגדות השקולה של מספר נגדים מחוברים במקביל שווה לסכום הערכים ההפוכים של התנגדויותיהם:

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} \qquad (6)$$

למדנו כיצד למדוד עוצמת זרם, מתח והתנגדות. מכשיר המדידה לעוצמת זרם נקרא אמפרמטר. כדי למדוד את עוצמת הזרם בקטע מסוים של המעגל יש לחבר לקטע זה את האמפרמטר בטור. כדי שהשפעתו על המעגל תהיה מזערית על האמפרמטר להיות בעל התנגדות קטנה יחסית להתנגדות המעגל. כדי להגדיל את תחום המדידה של האמפרמטר פי n יש לחבר אליו במקביל נגד שהתנגדותו קטנה בקירוב פי n מהתנגדותו המקורית. מכשיר המדידה למתח נקרא וולטמטר. כדי למדוד מתח בין שתי נקודות של מעגל חשמלי יש לחבר אליהן את הוולטמטר במקביל. כדי שהשפעתו על המעגל תהיה מזערית על הוולטמטר להיות בעל התנגדות גדולה יחסית להתנגדות המעגל. כדי להגדיל את תחום המדידה שלו פי n יש לחבר אליו בטור נגד שהתנגדותו גדולה בקירוב פי n מהתנגדותו המקורית.

ההספק P (אנרגיה ליחידת זמן) המתפתח בין שתי נקודות של המעגל החשמלי נתון על ידי הנוסחה:

$$P = VI \qquad (7)$$

כאשר:

V - המתח בין הנקודות.

I - עוצמת הזרם.

כאשר מדובר על ההספק המתפתח בנגד (כמות החום ליחידת זמן) ניתן לחשבו מתוך הנוסחאות:

$$P = I^2R \qquad (8)$$

או

$$P = \frac{V^2}{R} \qquad (9)$$

כמו כן ראינו כי לא ניתן להפיק ממקור נתון את כל האנרגיה שהוא מספק. ליחס בין האנרגיה המופקת מהמקור לאנרגיה המושקעת קראנו בשם נצילות η.

$$\eta = \frac{R}{R + r} \qquad (10)$$

הגדלים הפיסיקליים בהם עסק הפרק ויחידותיהם

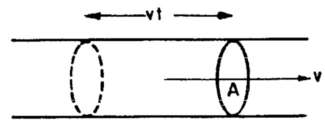
הגודל	הסימון	היחידה
מתח	V	$V = \frac{J}{C}$ (וולט = ג'אול/קולון)
עוצמת זרם	I	A (אמפר)
כמות מטען	q	$C = A \cdot s$ (קולון = אמפר×שניה)
מוליכות	G	$S = \frac{A}{V}$ (סימנס = אמפר/וולט)
התנגדות	R	$\Omega = \frac{V}{A}$ (אום = וולט/אמפר)
התנגדות סגולית	ρ	$\Omega \times m$ (אום×מטר , או: אום×מ"מ²/מ')
מקדם הטמפרטורה של ההתנגדות	α	$\frac{1}{°C}$ (1/מעלה צלסיוס)
הספק	P	$W = V \cdot A$ (ואט = וולט×אמפר)
נצילות	η	-

בור ששטח חתכו 10 סמ"ר בתונה תמיסה המכילה $6\cdot10^{23}$ יונים חד-
לכל ליטר. מטען כל יון $q = 1.6\cdot10^{-19}C$.
זרם בציבור היא 1A.

יונים יש בתמיסה לכל מ"ק? סמן מספר זה ב- n .

שטח החתך A של הציבור במ"ר.

מהירות היונים היא v, במשך t שניות יעברו דרך החתך A כל היונים
חקם מ- A הוא לכל היותר vt, הסבר!



ר היונים שיעברו בזמן t את החתך A הוא nAvt, הסבר!

נם הכולל Avtnq, הסבר!

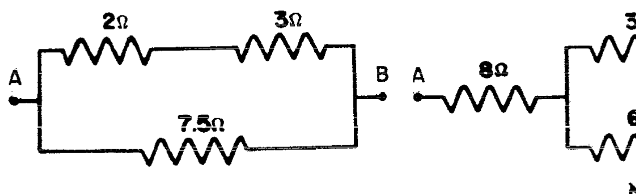
תמך על ההגדרה לעוצמת הזרם. מצא, מתוך סעיף ה', ביטוי למהירותם
וצעת של היונים.

בביטוי שקיבלת את הערכים הנתונים וחשב את מהירותם הממוצעת של
נים. שים לב לסדר הגודל של המהירות.

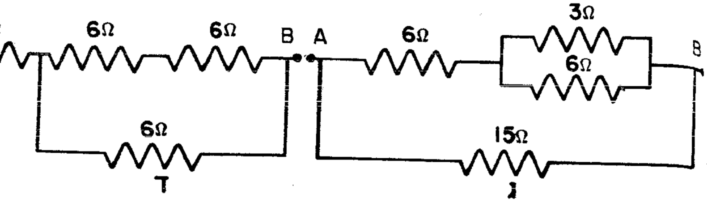
התנגדותו של כבל נחושת באורך 1 ק"מ וחתך רוחב של 200 ממ"ר
ות הסגולית של הנחושת $1.67\cdot10^{-8}$ אוהםמטר).

התנגדותו הסגולית של תיל מוליך שאורכו 50 ס"מ וחתך רוחבו
ר, אם נתון כי כאשר זורם בו זרם של 2 אמפר המתח עליו 2.6 וולט.

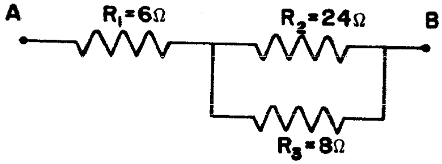
נגדות השקולה בין הנקודות A ו-B בכל אחד מצירופי הנגדים הבאים?



ב



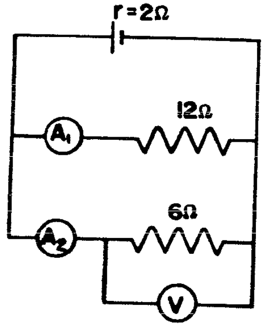
5. התבונן בתרשים המצורף:



נתון כי בנגד R_2 זורם זרם שעוצמתו 0.5A. מצא את המתח בין הנקוד
A ו-B.

6. למד זרם תחום מדידה עד 100μA והתנגדות 1000Ω. כיצד ניתן להפוך
א) למד זרם בעל תחום מדידה של 10mA?
ב) למד מתח בעל תחום מדידה של 20V?

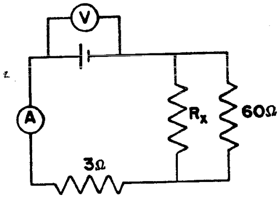
7. מצא את הוראת המכשירים המתוארים בתרשים. הנח כי התנגדויות האמפ
זניחות והתנגדות הוולטמטר אינסופית.



8. במעגל המתואר בתרשים המצורף מורה הוולטמטר על 45V והאמפרמטר על 3A. התנגדותה הפנימית של הסוללה 2Ω. בהנחה שהתנגדות הוולטמטר אינסופית והתנגדות האמפרמטר זניחה, חשב:

א) הכא"מ של הסוללה.

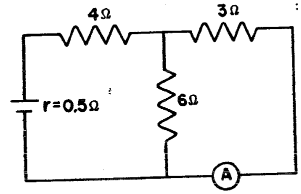
ב) ההתנגדות של R_x.



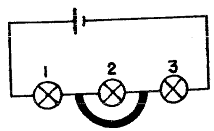
9. במעגל המתואר בתרשים המצורף מורה האמפרמטר A על זרם של 2A (התנגדות האמפרמטר זניחה). מצא את:

א) מתח הדקים.

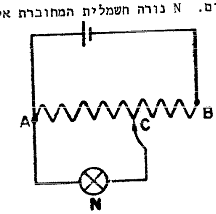
ב) הכא"מ של המקור.



10. שלוש נורות דלקו באור בהיר כשהן חוברו בטור אל מקור זרם (ראה תרשים). לאחר מכן חובר תיל נחושת עבה בין קצותיה של נורה 2. כיצד השפיע הדבר על אורה של כל נורה (בהנחה שאף נורה לא נשרפה)?



11. בתרשים המצורף כא"מ המקור 120V והתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה. AB הוא פוטנציומטר שהתנגדותו 120 אום. N נורה חשמלית המחוברת אל הפוטנציומטר כך שהגררה C נמצאת בדיוק באמצע הקטע AB. בזמן התחממותה משתנה התנגדות הנורה מ-30 אום ל-300 אום בכמה משתנה המתח עליה?



12. לרשותך 8 סוללות שהכא"מ של כל אחת מהן 1.5V וההתנגדות הפנימית 2Ω. איזה זרם יזרום בנגד של 4Ω שיחובר אל הסוללות כאשר הן:

א) מחוברות בטור זו לזו?

ב) מחוברות במקביל זו לזו?

13. על מכשיר חימום רשום 200 וולט ו-1000 וט. המכשיר מכיל שני גופי חימום בעלי התנגדות שווה אשר אפשר לחברם זה לזה בעזרת מתג מתאים א. בטור. ב. במקביל. ג. גוף חימום אחד בלבד, על מנת לקבל חימום חזק בינוני או חלש. ההספק של 1000 וט מתיחס למצב של חימום חזק.

א) כיצד יש לחבר ביניהם את גופי החימום כדי לקבל חימום חזק.

ב) מה התנגדותו של כל גוף חימום.

ג) מה ההספק של המכשיר במקרה של חימום בינוני ובמקרה של חימום חלש.

14. בקומקום חשמלי שני סלילי התנגדות. בעזרת מתג מתאים ניתן לחבר לרשת את הסלילים כל אחד בנפרד, כאשר הם מחוברים בטור, וכאשר הם מחוברים במקביל.

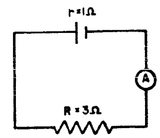
כאשר הסליל הראשון מחובר לרשת רותחים המים בקומקום תוך 15 דקות.
כאשר הסליל השני מחובר הם רותחים תוך 30 דקות.
בכמה זמן ירתחו המים אם נחבר לרשת את שני הסלילים א. בטור זה לזה. ב. במקביל זה לזה?

15. מצא את ההספק המתפתח בנגד R_x שבשאלה 8.

16. שני נגדים בני 300 ו-100 אום חוברו בטור למקור מתח של 4 וולט ושהתנגדותו הפנימית ניתנת להזנחה. אל קצות הנגד של 300 אום חוברו וולטמטר שהתנגדותו א. 300 אום. ב. 3000 אום. כמה יורה הוולטמטר בכל מקרה? ג. מה המתח שיראה הוולטמטר כאשר התנגדותו תהיה אינסופית?

17. 250 נגדים של 300 אום כל אחד חוברו במקביל אל מקור מתח. המתח על הנגדים היה 120 וולט. כאשר הוצאו מן המעגל 100 נגדים עלה המתח על הנגדים הנותרים ל- 122 וולט. חשב את הכא"מ וההתנגדות הפנימית של המקור.

18. במעגל המתואר בתרשים המצורף מורה האמפרמטר על זרם של 3A (התנגדות האמפרמטר זניחה).



א) מצא את כא"מ המקור.

ב) במקביל לנגד של 3Ω מחברים נגד של 6Ω. חשב את עוצמת הזרם דרך כל אחד מן הנגדים.

19. מצבר של מכונית הוא בדרך כלל בעל כא"מ של 12V. ביום שהמצבר "התרוקן" ניסה בעל המכונית להתניעה בעזרת 8 סוללות של 1.5V המחוברות זו לזו בטור. האם לדעתך הצליח הנסיון? נמק!

20. את החשבון מחברת החשמל אנו משלמים לפי מספר הקילו-וטשעה (קוט"ש) שהשתמשנו בהם:

א) הסבר מהו קוט"ש (kWh).

ב) בטא את הקוט"ש ביחידות אחרות הידועות לך.

21. על מזגן רשום שהספקו 2.5kW.

א) כמה אנרגיה הוא צורך בכל שעה? בטא תשובתך בג'אול ובקוט"ש.

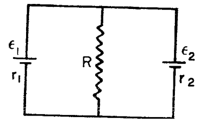
ב) אם מחיר kWh הוא 1 שקל, כמה עולה הפעלת מזגן במשך ארבע שעות?

22. א) תן הערכה לצריכת חשמל ממוצעת של בית-אב בישראל.

ב) תן הערכה לצריכה ביתית כוללת בארץ.

ג) אם ההספק הממוצע של המדינה הוא 2000MW ($1MW = 10^6W$), איזה חלק מהווה הצריכה הביתית לפי הערכתך?

23. מצא את עוצמת הזרם בנגד R שבתרשים.

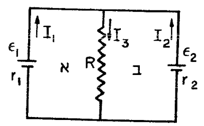


נתון כי $r_1 = 1\Omega$, $\varepsilon_1 = 3V$

$r_2 = 1\Omega$, $\varepsilon_2 = 2V$

$R = 5\Omega$

נפתור תרגיל זה באמצעות חוקי קירכהוף (ראה מסגרת בסוף סעיף 1.11) בשלב ראשון נבחר באופן שרירותי כיווני זרמים בכל רכיב של המעגל החשמלי, לדוגמה:



לפי חוק הצומת:

(1) $I_3 = I_1 + I_2$

לפי חוק הלולאה:

בלולאה (א) (2) $\varepsilon_1 = I_1r_1 + I_3R$

בלולאה (ב) (3) $\varepsilon_2 = I_2r_2 + I_3R$

נציב במשוואות (1) (2) ו-(3) את הערכים הנתונים, נקבל:

(4) $I_3 = I_1 + I_2$

(5) $3 = I_1 + 5I_3$

(6) $2 = I_2 + 5I_3$

מפתרון שלושת המשוואות נקבל

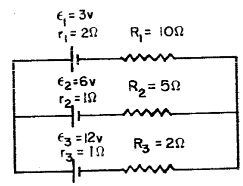
$I_1 = 0.73A$

$I_2 = -0.27A$

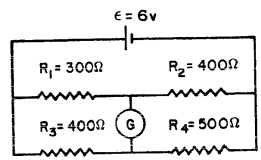
$I_3 = 0.46A$

הערך השלילי שהתקבל עבור I_2 מעיד על כך שכיוון הזרם בסוללה ε_2 הוא בכיוון המנוגד לזה שבחרנו.
עוצמת הזרם בנגד R היא 0.46A בכיוון המתואר בתרשים.

24. חשב את עוצמת הזרם בכל אחד משלושת הנגדים שבתרשים



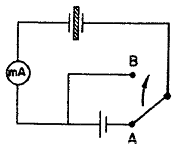
25. התנגדות הגלוונומטר שבתרשים היא $R_G = 1000\Omega$. חשב את עוצמת הזרם דרכו (התנגדות המקור ניתנת להזנחה).



פרק ב: קבלים ומטען חשמלי

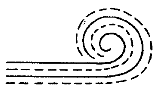
2.1 מבוא

בפרק הקודם הודגש הצורך בסגירת מעגל חשמלי כדי להבטיח שיעבור בו זרם חשמלי. האם תנאי זה כה חמור? אם לדוגמה נחבר ספק דרך מכשיר מדידה רגיל אל שני לוחות אלומיניום, מופרדים על ידי דף חומר פלסטי מבודד, לא יראה מכשיר המדידה שום זרם. אולם אם יהיה מכשיר המדידה רגיש מאוד, והספק יהיה בעל כא"מ גבוה מספיק, נגלה כי לזמן קצר זרמה כמות מסויימת של מטען (מצב A בתרשים 2.1). אם עתה נעביר את המפסק למצב B שבתרשים, יראה מכשיר המדידה הרגיש זרימת מטען בכיוון השני.



תרשים 2.1: זרם ב"מעגל פתוח"

אין זאת אלא, כי לוחות האלומיניום המבודדים מאפשרים לאגור מטען חשמלי. זוהי דוגמה של קבל. מוכרות צורות רבות ושונות של קבלים, אך כולם עשויים לפי אותו העיקרון: שני לוחות מופרדים על ידי שכבה דקה של חומר מבודד (היכול להיות גם אויר). לנוחות השימוש בנויים הקבלים המסחריים כך ששטח לוחותיהם גדול בעוד שנפחם קטן. בקבלי נייר, לדוגמה, הלוחות עשויים עלים דקים, צרים וארוכים, אותם מגלגלים (עם עלי בידוד ביניהם) כמו סיגריה (תרשים 2.2). הקבל האלקטרוליטי מורכב מאלקטרודה של אלומיניום (הממלאת את התפקיד של אחד הלוחות), מציפוי מבודד דק ביותר על פני האלקטרודה, ומתמיסה אלקטרוליטית מוליכה הממלאת את התפקיד של הלוח השני. לקבל כזה <u>קוטביות</u> מוגדרת ומסומנת על הקבל.

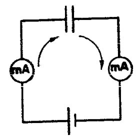


תרשים 2.2: קבל נייר

הקבל ייהרס אם נחבר אותו בכיוון ההפוך לרשום עליו. אנו מסמנים קבל במעגל חשמלי בסמל —||— המזכיר כי מדובר כאן בשני לוחות מבודדים זה מזה.

כאשר נחבר קבל דרך <u>שני</u> מכשירי מדידה זהים אל מקור חשמל, (תרשים 2.3) יסתבר לנו כי שני המכשירים סוטים באותה המידה ובאותו הכיוון. ניסוי פשוט זה מוכיח כי המטען החשמלי זורם מלוח אחד ללוח שני דרך המקור, באופן שבקבל טעון (כאשר אין כבר זרם במעגל) יש באחד הלוחות עודף מטען, ובשני מחסור בו. על הלוח המחובר אל ההדק החיובי של המקור נאמר כי הוא טעון חיובית, ועל הלוח השני כי הוא טעון שלילית. אם כמות המטען שעברה במעגל עד שנפסקה הזרימה

היא q, נאמר כי הקבל טעון במטען q, ופירוש הדבר כי הלוח החיובי טעון $+q$ והשלילי $-q$.

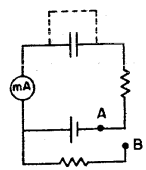


תרשים 2.3: המטען החשמלי זורם מלוח אחד לשני

כבר הזכרנו בפרק הראשון, שיש במתכת אלקטרונים החופשיים לנוע בה, והם בעלי מטען שלילי. המתכת עצמה ניטראלית, באופן שאלקטרונים העוברים מלוח אחד ללוח שני בהשפעת המקור משאירים את הלוח אותו עזבו טעון במטען חיובי, וטוענים את הלוח אליו הם מגיעים במטען שלילי. כיוון התנועה של האלקטרונים בתייל מנוגד לכיוון המקובל לזרם החשמלי. למרות העובדה שנושאי המטען במתכת הם האלקטרונים, נמשיך לראות את תנועת המטען החשמלי בכיוון המקובל לזרם, כלומר מההדק החיובי של המקור אל ההדק השלילי שלו.

2.2 טעינה ופריקה של קבל

אם נחבר קבל אל מקור דרך נגד המגביל את עוצמת הזרם, תימשך הטעינה זמן ארוך בהרבה מזמן הטעינה ללא הנגד. אם ערכי הנגד והקבל הותאמו, נוכל לעקוב אחר הוראת מד-הזרם, לרשום את עוצמת הזרם כפונקציה של הזמן החולף, ולחשב מן הגרף את כמות המטען שנאגרה בקבל. מסתבר כי הזרם ההתחלתי, כאשר סוגרים את המפסק במצב A שבתרשים 2.4, שווה לזרם הקבוע שהיה זורם במעגל לו קצרנו את הקבל (הקו המרוסק בתרשים). אולם ככל שחולף הזמן, ומטען מצטבר בקבל, יורדת עוצמת הזרם, עד שכעבור זמן מה היא מגיעה מעשית לאפס.



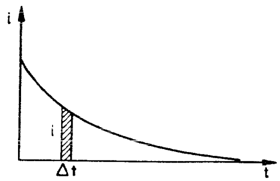
תרשים 2.4: טעינה ופריקה של קבל

כמות המטען Δq הזורמת במשך זמן קצר Δt, בו נוכל להניח כי הזרם i לא משתנה במידה ניכרת, ניתנת על ידי הקשר:

$$\Delta q = i\Delta t$$

כדי לחשב את כמות המטען הכוללת שעברה במעגל, עלינו לסכם ביטויים כאלה מתחילת הטעינה ועד סופה. מתרשים 2.5 ברור כי כמות מטען זו מיוצגת על ידי השטח מתחת לגרף $i = f(t)$, וניתן לרשום אותה מבחינה מתמטית בנוסחה:

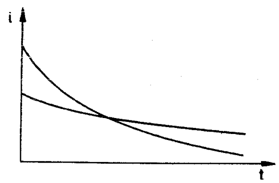
$$q = \int_0^\infty i\,dt$$



תרשים 2.5: זרם הטעינה כפונקציה של הזמן.

באופן מעשי, כאשר מחשבים את השטח, חייבים להפסיק בזמן t מסויים. נשאלת השאלה, האם השטח אותו הזנחנו מעבר לנקודה זו ניתן באמת להזנחה? במילים אחרות, האם הוא סופי למרות שהזמן משתרע עד אינסוף? ניתן להוכיח באמצעים מתמטיים שהשטח הוא אמנם סופי.

אם, בסיום טעינת הקבל באופן מעשי, נעביר את המפסק ממצב A למצב B, יראה מד-הזרם על "זרם פריקה" בכיוון מנוגד לכיוון "זרם הטעינה". אם ההתנגדות הכוללת של המעגל בשעת הפריקה שונה מזו שהיתה בשעת הטעינה, גם עוצמת הזרם שונה בתחילה, והגרף המתאר אותה כפונקציה של הזמן יהיה שונה מן הגרף המתאר את עוצמת הזרם בשעת הטעינה (ראה תרשים 2.6). אולם המטען המחושב בתוך שטח הגרף שווה בשני המקרים. אם הקבל יתפרק דרך אותו נגד דרכו הוא נטען, יהיו הגרפים זהים.

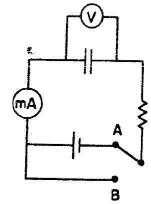


תרשים 2.6: טעינה ופריקה דרך נגדים שונים

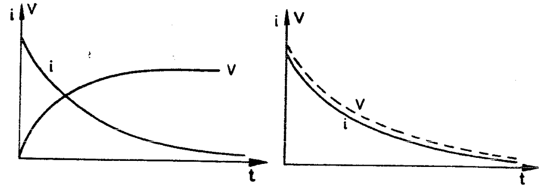
על מנת להבין את אופיו של הקשר בין עוצמת הזרם בשעת טעינה או פריקה של קבל, ובין הזמן, עלינו לבדוק תחילה מה קורה למתח בין לוחותיו בשעה שהוא נטען.

2.3 מתח על פני קבל, קיבול

בחזור ונבצע טעינה ופריקה של קבל דרך נגד, כאשר נוסף למד-זרם במעגל נחבר גם וולטמטר בעל התנגדות גדולה אל הדקי הקבל (תרשים 2.7), ונעקוב אחר שני המכשירים מן הרגע בו המפסק מועבר למצב A. מתברר כי ברגע $t = 0$, הזרם מכסימלי אך המתח על הקבל שווה לאפס. עם הזמן דועך הזרם, בעוד שהמתח על פני הקבל יגדל. בהמשך, עליית המתח מתרסנת עד שהיא נפסקת והמתח הסופי על הקבל משתווה למתח המקור. (תרשים 2.8 א).



תרשים 2.7: מדידת מתח וזרם בטעינה ופריקה



תרשים 2.8: מתח וזרם כפונקציה של הזמן
א. בטעינה ב. בפריקה

בשעת הפריקה (מצב מפסק B), יורדים המתח והזרם באותו הקצב, ועל ידי בחירת קנה מידה מתאים ניתן להראות כי שתי העקומות $i(t)$ ו-$V(t)$ חופפות (תרשים 2.8 ב') אין בעובדה זו כדי להפתיע, שהרי זהו ביטוי לחוק אום (המתח והזרם על פני נגד פרופורציוניים זה לזה). המסקנה משני הניסויים גם יחד היא, כי הצטברות מטען בקבל יוצרת מתח על פני הקבל, והופכת אותו למקור זרם. אם נחשב מתוך גרף הזרם $i(t)$ את המטען המצטבר כפונקציה של הזמן, ונשווה מטען זה בכל רגע עם המתח על הקבל באותו רגע, יסתבר כי מתח זה פרופורציוני למטען בקבל:

$$q \propto V$$

כידוע, קיים כוח דחיה בין מטענים חשמליים זהים. כאשר המקור "דוחף" מטענים לקבל, הוא משקיע בהם אנרגיה ההפוכה לאנרגיה פוטנציאלית של המטענים הנאגרים. זו הולכת וגדלה ככל שנאגרים יותר מטענים, ולכן גם גדל המתח בין הלוחות. (כזכור מבטא המתח אנרגיה פוטנציאלית חשמלית ליחידת מטען).

אם ניקח קבלים שונים, יסתבר כי עבור כולם מתקיים הקשר $V \propto q$ אלא שגורם הפרופורציה משתנה מקבל לקבל. כמות המטען הנאגרת במתח מסויים תלויה בתכונות הקבל. כמות המטען שנאגרת בקבל, כשהמתח בין לוחותיו וולט אחד, נקראת <u>קיבול</u> הקבל, ומסומנת באות C.

$$C = \frac{q}{V}$$

או:

$$q = CV$$

ככל שמטענו של קבל, שהמתח בין הדקיו 1 וולט, גדול יותר, כן נאמר כי קיבולו גדול יותר. יחידת הקיבול היא איפוא קולון לכל וולט והיא קרויה <u>פרד</u> (F).

$$\text{Farad} = \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}$$

מאחר ויחידה זו היא גדולה מאוד, מקובל להשתמש ביחידות הנגזרות ממנה:

(microfarad) $\mu F = 10^{-6} F$

(nanofarad) $\mu F = 10^{-9} F$

(picofarad) $\mu F = 10^{-12} F$

במרבים השימושים הרגילים סדרי הגודל של קיבולי הקבלים הם בין כמה עשרות pF ובין כמה אלפי µF.

2.4 המתמטיקה בטעינה ובפריקה של קבל

ראינו כבר שעקומות זרם הטעינה וזרם הפריקה של קבל דרך אותו נגד שוות. יהיה לנו נוח יותר לחקור את הפריקה של קבל. אם הקבל טעון במתח $V = \frac{q}{C}$ ומאפשרים לו להתפרק דרך נגד בעל התנגדות R, חוק אום מחייב שבכל רגע יתקיים:

$$V_{\text{קבל}} = Ri \qquad (1)$$

כלומר

$$\frac{q}{C} = Ri \qquad (2)$$

אם בפרק זמן קצר Δt זורם מטען Δq – (הסימן - בא להראות כי מטען הקבל קטן), יהיה הזרם i נתון על ידי:

$$i = -\frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad (3)$$

כאשר נציב זאת במשוואה (2) נקבל:

$$\frac{q}{C} = -R\frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad (4)$$

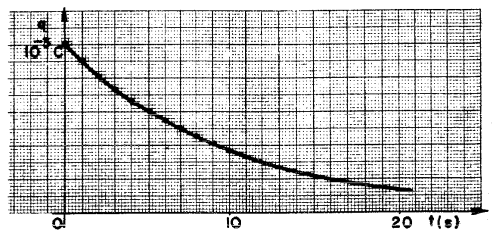
או:

$$\Delta q = -\frac{q}{RC}\Delta t \qquad (5)$$

מסתבר, כי בפרקי זמן Δt שווים, כמות המטען Δq הזורמת פרופורציונית למטען q שעדיין נמצא בקבל. כלומר, ככל שכמות המטען בקבל הלך ותקטן, כן תקטן כמות המטען העוזבת אותו בפרק זמן נתון. אם, לדוגמה, נבחר קבל בעל קיבול $C = 100\mu F$ ונגד בעל התנגדות $R = 100k\Omega$, אזי ערך המכפלה יהיה:

$$RC = 100\cdot10^{-6}\cdot10^{5} = 10\ F\cdot\Omega = 10\ \frac{C}{A} = 10s$$

היחידה של RC היא יחידת זמן, (הדבר מתחייב גם מנוסחה (5)). אם נבחר $\Delta t = 1s$, יתברר כי בכל שניה תזרום $\frac{1}{10}$ מהמטען הנמצא על הקבל, ויוותר בו 9/10 ממנו. קל לערוך גרף מתאים. בגרף שבתרשים 2.9 בחרנו במתח של 10V על פני הקבל, המתאים למטען התחלתי של $10^{-3}C$.



תרשים 2.9: גרף המטען כפונקציה של הזמן בפריקה של קבל

מובן שהגרף אותו סירטטנו אינו מדוייק די צורכו, כדי לקבל דיוק רב יותר יש צורך לבחור מרווחי זמן Δt קטנים ככל האפשר (שהרי הזרם אינו קבוע) כדי לסמל עובדה זו. מקובל לכתוב את המשוואה (5) בצורה:

$$dq = -\frac{q}{RC}dt \qquad (6)$$

או:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC} \qquad (7)$$

הצורה (7) מבליטה שהפונקציה $q(t)$ פרופורציונית לנגזרתה. ניתן להראות כי הפונקציה q המקיימת את המשוואות (6) או (7) היא בעלת הצורה:

$$q = q_o e^{-t/RC}$$

כאשר: e - בסיס הלוגריתמים הטבעיים

q_o - המטען ההתחלתי (ברגע $t = 0$)

הביטוי RC נקרא קבוע הזמן, כי הוא קובע את קצב ההתפרקות של הקבל. ככל ש-RC יהיה גדול יותר, יזרום פחות מטען בכל יחידת זמן (ראה נוסחה (6)) והפריקה תהיה איטית יותר. כעבור פרק זמן $t = RC$, תשאר על הקבל כמות מטען q בשיעור:

$$q = q_o e^{-1} = \frac{q_o}{e}$$

או:

$$q \sim \frac{q_o}{2.718} \sim 37\%\ q_o$$

כלומר, בחלוף פרק זמן זה נותרו על הקבל רק 37% ממטענו בתחילת פרק הזמן, או במילים אחרות, 63% מהמטען המקורי של הקבל זרמו ממנו. גם המתח V_C על פני הקבל, בהיותו פרופורציוני למטען עליו מתנהג באותה צורה. היות ובשעת הפריקה $V = Ri$, הרי שמשוואת הזרם כפונקציה של הזמן היא:

$$i = I_o e^{-t/RC}$$

כאשר I_o עוצמת הזרם בזמן $t = 0$.

משוואה זו מתארת גם את זרם הטעינה, כי ראינו שעקומות זרם הפריקה וזרם הטעינה שוות. ואכן, בשעת הטעינה (ראה תרשים 2.10) נוכל לכתוב כי בכל רגע מתקיים:

$$\varepsilon - V = Ri$$

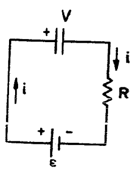
(ε - כא"מ הסוללה; V - מתח על פני הקבל)

היות ו- $V = \frac{q}{C}$

מתקבל: $\varepsilon - \frac{q}{C} = Ri$

אם נגזור משוואה זו נקבל:

$$-\frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = R\frac{di}{dt}$$



תרשים 2.10: מעגל הטעינה

נציב: $i = \frac{dq}{dt}$

נקבל: $-\frac{1}{RC}\, i = \frac{di}{dt}$

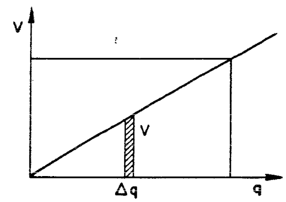
משוואה זו זהה למשוואה (7) עם i במקום q, ויש לה פתרון דומה:

$$i = I_o e^{-t/RC}$$

2.5 אנרגיה האגורה בקבל טעון

כאשר הקבל הטעון מתפרק דרך נגד, הוא משמש כמקור אנרגיה. הזרם הזורם בנגד יוצר בו חום. ניתן גם להפעיל מנוע חשמלי קטן לזמן קצר על ידי חיבורו לקבל טעון.

ראינו כבר קודם שכדי לטעון קבל צריך המקור להשקיע אנרגיה המתבטאת באנרגיה פוטנציאלית של המטען האגור. במה תלויה האנרגיה של קבל טעון? כמה אנרגיה ניתן להפיק מקבל שקיבולו C, הטעון במטען q עד מתח V?



תרשים 2.11: אנרגיה בקבל טעון

גרף המתח על פני קבל כפונקציה של מטענו הוא קו ישר לפי המשוואה.

$$V = \frac{q}{C}$$

אם ברגע שהמתח V, זורמת כמות קטנה של מטען Δq, תשחרר כמות זו בעוברה במעגל כמות אנרגיה השווה ל- ΔU

$$\Delta U = V\Delta q$$

כמות אנרגיה זו מיוצגת בגרף שבתרשים 2.11 על ידי שטח הטרפז המקווקו (ראה תרשים). כמות האנרגיה הכוללת שישחרר הקבל תהיה איפוא:

$$U = \int_0^q V dq$$

אנרגיה זו מיוצגת בגרף על ידי שטח המשולש שבסיסו q וגובהו V.

ביטויה: $U = \frac{1}{2} Vq$

החצי שבביטוי האחרון נובע מכך, שאמנם ליחידת המטען הראשונה שתזרום במעגל תהיה אנרגיה V, אך לאחרונה תהיה אנרגיה 0. בממוצע, האנרגיה של כל יחידת

מטען תהיה איפוא $\frac{1}{2}V$, והאנרגיה של q יחידות מטען תהיה $U = \frac{1}{2}Vq$.

אפשר לתת לאנרגיה זו שני ביטויים נוספים, בעזרת הקשר $q = CV$

$$U = \frac{1}{2} Vq = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

אפשר להגיע לביטוי זה גם בעזרת חשבון אינטגרלי. ראינו כי:

$\Delta U = V\Delta q$ עבור $\Delta q \to 0$

הווה אומר: $U = \int_0^q V dq = \int_0^q \frac{q}{C} dq$

$$U = \frac{1}{C}\int_0^q q dq = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

ניתן לבדוק נסיונית את הנוסחאות האלה לאנרגיה של קבל טעון על ידי מדידת כמות החום המתפתחת בנגד דרכו מתפרק הקבל.

הנוסחה $U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ מזכירה לנו את נוסחת האנרגיה של קפיץ עמוס $U = \frac{1}{2}kx^2$. ואכן אותו הרעיון בשני המקרים. העבודה ΔU שעושה כוח הקפיץ $F = kx$ בשעה שהקפיץ נמתח בשיעור Δx היא:

$$\Delta U = F\Delta x$$

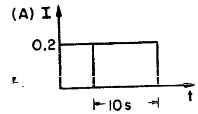
$$U = \int_0^x F dx = \int_0^x kx dx$$

$$U = k\int_0^x x dx = \frac{1}{2}kx^2$$

בהמשך עוד נחזור לדון באנלוגיה זו.

תרגילים

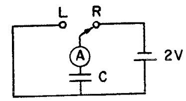
1. כאשר מחברים למקור נורה הצורכת 0.2A למשך זמן של 10 שניות, גרף הזרם כפונקציה של הזמן נראה כך:



מהי כמות המטען שזרמה דרך הנורה?

מה בגרף מייצג כמות מטען זו?

2. בתרשים המצורף, C הוא קבל ו-A הוא מיליאמפרמטר אשר נותן תזוזה רגעית של המחוג כאשר זורם מטען דרכו בזמן קצר מאוד, באופן שהתזוזה גדלה עם המטען אך לא פרופורציונית לו. כמויות מטען שוות גורמות לתזוזות שוות של המחוג, ורגישות המכשיר שווה בשני הכיוונים. כאשר מעבירים את המפסק מ- R ל- L, המחוג זז 2 שנתות שמאלה. מה יכול אתה לומר על הכיוון (שמאל או ימין) והגודל של התזוזה (2 שנתות, יותר, פחות) אם, אחרי שהמפסק מחובר ל- L, מבצעים את השינויים הבאים בהמשך זה לזה:



א) המפסק מועבר ל-R.

ב) מתח המקור מועלה ל-4 וולט.

ג) המפסק מועבר ל- L.

ד) המפסק מועבר ל- R.

3. כיצד תנמק כי הזרם הזורם בשעת טעינת קבל לא זורם דרך המבודד בין הלוחות של הקבל?

4. ביצעו טעינה ופריקה של שני קבלים זהים. טענו את שניהם מאותו המקור. לא ידוע אם אחד הקבלים או שניהם היו טעונים לפני תחילת הניסוי, ולא ידועה התנגדות הנגד שדרכו טענו ופרקו כל אחד מהקבלים. הגדלים שנמדדו בשעת הטעינה והפריקה נתונים בטבלה.

	קבל א'	קבל ב'
מטען טעינה	0.07C	0.05C
מטען פריקה	0.07C	0.07C
זמן טעינה	20 s	3 s
זמן פריקה	20 s	5 s

לאיזה מן הקבלים היה מחובר נגד בעל התנגדות גדולה יותר? נמק!

האם אחד הקבלים היה טעון לפני תחילת הניסוי? אם כן, איזהו? נמק!

5. זרם קבוע של 1mA זורם אל אחד הלוחות של קבל בלתי טעון במשך 100 שניות. בסוף פרק זמן זה, המתח על פני הקבל 10V.

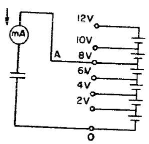
א) כיצד ניתן לדעתך לטעון קבל בזרם קבוע? סרטט מעגל אפשרי.

ב) איזה זרם זורם אל הלוח השני של הקבל?

ג) כמה מטען דרוש על כל לוח כדי להגיע למתח של 1V?

ד) מה קיבול הקבל?

6. כאשר קבל לא-טעון של 2000μF מחובר למתח של 8V (ראה תרשים) מטען בגודל 16 mC (8×2000 C) זורם דרך מד-הזרם בכיוון המתואר בתרשים. קרא לכיוון זה + ולכיוון המנוגד - .



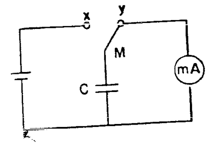
מה המטען הזורם דרך מכשיר המדידה, כאשר נחבר את התייל A לפי הסדר להדקים הבאים:

א) 0V ב) 12V ג) 6V ד) 4V ה) 8V ו) 12V ז) 8V

מה המטען הכולל נטו שזרם מצעד א) עד ז)?

7. בניסוי המתואר בהמשך, משתמשים במד-זרם, אשר הסטיה המכסימלית הרגעית (להלן ה"סטיה") כאשר זורם מטען לזמן קצר, פרופורציונית לכמות המטען. כאשר מעבירים את המפסק M למצב x, ולאחר מכן למצב y, מראה מד-הזרם סטיה. מדוע.

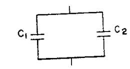
הסטיה עבור קבל C_1 היא 1.5 שנתות, ואם מחליפים אותו בקבל אחר C_2 הסטיה היא 3 שנתות. כאשר מחברים את שני הקבלים במקביל, הסטיה היא 4.5 שנתות.



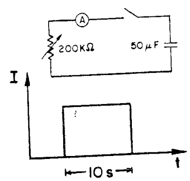
מה אתה למד מזה על:

א) המטען הכולל?

ב) הקיבול הכולל של שני קבלים מחוברים במקביל?



8. הקבל בתרשים טעון ל-10V ולאחר מכן מחברים אותו לנגד משתנה. תאר כיצד יש לשנות את התנגדות הנגד כדי לקבל גרף התפרקות דומה לזה שבתרשים. אילו הצלחת, מה היה זרם הפריקה, אם בסוף התהליך הקבל בלתי טעון?



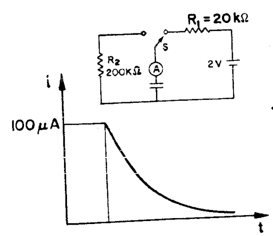
9. קבל בן 100µF טעון ל-5 וולט ומתפרק לחלוטין דרך מד-זרם. תהליך זה חוזר על עצמו 150 פעם בשניה.

א) כמה מטען נאגר בקבל בכל טעינה?

ב) כמה מטען זורם דרך מד-הזרם בכל שניה?

ג) מה הזרם הממוצע דרך מד-הזרם?

10. כאשר קבל בן 100µF נטען דרך R_1, נראה הגרף בהתאם לסרטוט.



א) סרטט גרף של הזרם כפונקציה של הזמן כאשר המפסק מחובר ל-R_2.

ב) סרטט את הגרפים שהיו מתקבלים אילו היה $R_1 = R_2 = 40k\Omega$.

ג) סרטט את הגרפים שיתקבלו אם הקבל ייטען דרך 20kΩ ויתפרק דרך 40kΩ.

11. בניסוי מחקר מסויים צריך להזרים זרם של 10^4A במשך זמן של 10^{-3} שניות דרך סליל בעל התנגדות 0.2Ω. תנאי הניסוי מחייבים שעוצמת הזרם לא תשתנה במשך פרק הזמן הנ"ל ביותר מ-1%.
איזה קבל ניתן לשימוש? כיצד ניתן להטעינו? תן הערכה של גודלו הפיזי.

12. דרך חור בתחתית דלי גלילי, זורמים המים בקצב של 100 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$ כאשר הדלי מלא.

אחרי 10 שניות קצב הזרימה 78 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$

אחרי 20 שניות קצב הזרימה 61 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$

אחרי 30 שניות קצב הזרימה 47 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$

אחרי 40 שניות קצב הזרימה 37 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$

אחרי 50 שניות קצב הזרימה 29 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$

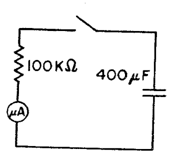
אחרי 60 שניות קצב הזרימה 22 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$

אחרי 70 שניות קצב הזרימה 17 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$

אחרי 80 שניות קצב הזרימה 13 $\frac{\text{סמ"ק}}{\text{שניה}}$.

כעבור 80 שניות, נשארו 540 סמ"ק מים בדלי. ערוך גרף, ומצא כמה מים היו בדלי כאשר היה מלא.

13. (פתור שאלה זו אחרי שאלה 12).
קבל בן 400µF טעון ל-10V, ומחובר למד הזרם של 100µA בטור עם התנגדות של 100kΩ (צירוף זה אקויולנטי לוולטמטר המודד מתחים עד 10V).
כשסוגרים את המפסק הזרם התחילתי הוא 100µA.



כעבור 10 שניות הזרם הוא 78 µA

כעבור 20 שניות הזרם הוא 61 µA

כעבור 30 שניות הזרם הוא 47 µA

כעבור 40 שניות הזרם הוא 37 µA

כעבור 50 שניות הזרם הוא 29 µA

כעבור 60 שניות הזרם הוא 22 µA

כעבור 70 שניות הזרם הוא 17 µA

כעבור 80 שניות הזרם הוא 13 µA

80 שניות אחרי סגירת המפסק נשאר על הקבל מטען של $540\mu C$.

א) חשב על פי הנתונים הנ"ל את המטען המקורי של הקבל.

ב) השווה זאת למטען המחושב לפי הנוסחה $q = CV$. אם התוצאות שונות, הסבר מדוע.

ג) אילו המתח התחילתי על הקבל היה 20V כיצד היה הדבר משפיע על התוצאות ב א' וב-ב'?

14. (המשך לשאלה 13).

א) מהו היחס בין הזרם ברגע מסויים והזרם 10 שניות לפני כן, עבור כל קריאות מד הזרם?

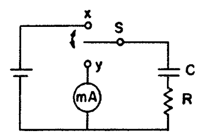
ב) חשב את קבוע הזמן RC. מצא מה היחס בין הזרם ברגע מסויים והזרם בזמן RC מאוחר יותר.

15. (המשך לשאלות 13 ו-14).

א) תאר בגרף את $\log i$ כפונקציה של הזמן (ניתן להשתמש למטרה זו, בנייר "חצי לוגריתמי"). איזה גרף קיבלת? האם ניתן לשפר את מדידת המטען של שאלה 13 בעזרת גרף זה? מה יתרונו של גרף כזה על פני גרף רגיל?

ב) מה משוואת הקו שמצאת בחלק א'? תרגם אותה למשוואה מעריכית.

16. במעגל המסורטט, המפסק S רועד בין המגעים x ו-y בקצב של 50 תנודות בשניה (כמו הלהב של הטיימר). מתח המקור 8V ומד הזרם מראה זרם קבוע של 0.2mA.



א) כמה מטען עובר בכל מגע של המפסק?

ב) מה לפיכך קיבול הקבל?

ג) מה קבוע הזמן של המעגל אם התנגדות הנגד 200Ω?

ד) מה היחס בין קבוע הזמן ובין מחזור תנודות המפסק? האם ניתן להניח כי הקבל מתפרק לגמרי בכל מגע?

17. א) כאשר מקצרים קבל טעון, מתקבל ניצוץ. כאשר מקצרים סוללה באותו המתח, לא מתקבל ניצוץ, אולם כאשר מקצרים מצבר, נוצר ניצוץ. מדוע?

ב) קבל בן $5000\mu F$ טעון במתח של 6V. הערך את כמות החום המתפתחת בניצוץ. התוכל להעריך גם את משך זמן הניצוץ?

ג) כמה חום יתקבל בנגד של 10Ω שיחובר אל הקבל של חלק (ב)? תוך כמה זמן יתפתח חום זה?

18. קבל טעון במתח של 6V מתפרק דרך נורה של 6V וגורם להבזק אור. מה יקרה (הבזק חזק או חלש יותר, ארוך או קצר יותר) אם מתח הקבל יהיה 12V והוא יתפרק דרך 2 נורות של 6V בטור?

19. קבל של 1000 F טעון במתח של 6V, מתפרק דרך נגד של 100kΩ.

א) כעבור כמה זמן יהיה המתח על הקבל 5V?

ב) (בלתי תלוי ב-א'). כמה מטען זרם עד שמתח הקבל ירד ל-5V?

ג) באיזה הפרש פוטנציאל ממוצע זרם מטען זה?

ד) מה האנרגיה שהתפתחה בצורת חום בנגד בגלל זרימת מטען זה?

ה) חשב אנרגיה זו מתוך הנוסחה $\Delta U = \frac{1}{2} CV_2^2 - \frac{1}{2} CV_1^2$ והשווה עם תוצאות חישוביך ב-ד).

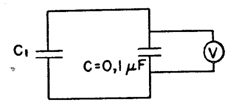
20. קבל נטען על ידי מקור בעל מתח הדקים קבוע V. כידוע, בגמר הטעינה נמצא המתח בין הדקי הקבל שווה ל-V, ואם נאגר מטען q שווה האנרגיה הפוטנציאלית של הקבל הטעון ל- $\frac{1}{2} Vq$. בו בזמן סיפק המקור את המטען q במתח קבוע V, ולכן סיפק אנרגיה Vq. מה קרה להפרש בין האנרגיה שסופקה לזו שנאגרה?

פרק ג: השדה החשמלי

3.1 מדידת קיבול

מה קובע את קיבולו של קבל? כדי לענות על שאלה זו, עלינו תחילה ללמוד כיצד מודדים קיבול. הדרך הישירה היא למדוד את כמות המטען q הדרושה כדי להביא למתח V נתון, או, להיפך, למדוד את המטען q שיוזרם קבל במתח V עד שיתפרק לגמרי. חישוב הקיבול יעשה בהתאם לנוסחה $C = \frac{q}{V}$. אולם מדידת המטען q איננה מן הדברים הפשוטים לביצוע. אם C קטן מאוד, דרושה התנגדות R גדולה אם רוצים שקצב ההתפרקות יהיה איטי במידה מספקת לעריכת גרף (כלומר, המכפלה RC גדולה). אולם התנגדות גדולה גורמת לכך שהזרם יהיה קטן מכדי אפשרות מדידתו במכשירים העומדים לרשותנו. לדוגמה, אם לקבל קיבול 100pF ($10^{-10}F$), ורוצים שיתפרק לפי קבוע זמן RC של 10 שניות לפחות, ההתנגדות הדרושה היא $R = 10^{11}\Omega$. עם התנגדות כזאת, גם במתח של 1000V יהיה הזרם המכסימלי $I = 10^{-8}A$, וזרם זה קטן מדי למדידה נוחה.

קיימות שתי שיטות אחרות למדידת המטען. השיטה הראשונה והמקובלת ביותר, היא לטעון במטען זה קבל גדול יחסית שקיבולו ידוע, ולמדוד בעזרת אלקטרומטר (וולטמטר בעל התנגדות אינסופית למעשה, בסדר גודל של $10^{12}\Omega$ – 10^{14}) את המתח הנמוך הנוצר על הקבל הגדול כתוצאה מכך (תרשים 3.1). כדי להבין שיטה זו, נחזור אל הדוגמה הקודמת: קבל בעל קיבול 100pF טעון במתח של 1000V. כמות המטען האגורה היא $q = CV = 10^{-7}C$. אם מטען זה יזרום כולו אל קבל שקיבולו 0.1μF ($10^{-7}F$), יטען אותו במתח של 1V. אלקטרומטר יוכל בקלות למדוד מתח זה.



תרשים 3.1: מדידת הקיבול של קבל על-ידי פריקתו לקבל גדול ידוע.

נשאלת השאלה, כמובן, האם בתנאים אלה יזרום כל המטען מקבל אחד לשני. התשובה במקרה שלנו, תהיה שבאופן מעשי יזרום כל מטען אל הקבל שקיבולו ידוע. ואכן המתח הסופי על פני קבל שקיבולו אינו ידוע יהיה שווה לזה של הקבל שקיבולו ידוע, כלומר 1V, וזה רק אלפית מן המתח התחילתי כלומר $\frac{1000}{1001}$ מהמטען על הקבל שקיבולו לא ידוע עברו לקבל שקיבולו ידוע.

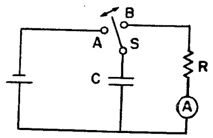
באופן כללי, אם מחברים קבל C_1 אל קבל C_2, יפסיק המטען לזרום כאשר ישתוו המתחים על הקבלים, V_1 ו-V_2, כלומר כאשר יתקיים:

$$\frac{q_1}{C_1} = \frac{q_2}{C_2}$$

משוואה זו אומרת כי המטען יתחלק בין הקבלים ביחס ישר לקיבוליהם, ואם הקבל המכויל יהיה הרבה יותר גדול מהקבל הנמדד (במקרה שלנו פי 1000) ניתן יהיה לומר כי למעשה עבר אליו כל המטען.

השיטה השניה למדידת קיבול מבוססת על הרעיון של טעינה ופריקה חוזרות של אותו הקבל בקצב מהיר למדי, ומדידת הזרם הממוצע דרך מד-הזרם (תרשים 3.2). בכל פעם שהמפסק S עובר ממצב A (בו הקבל נטען במתח V) אל מצב B, מתפרק הקבל דרך R ומד-הזרם, וכמות המטען העוברת היא $q = CV$ (בתנאי שזמן הפריקה התלוי ב-RC קטן בהשוואה לזמן המגע. בהמשך הדיון נניח שתנאי זה מתקיים). אם המפסק עובר ממצב A למצב B וחוזר f פעמים בשניה, כמות המטען שתזרום בכל שניה תהיה: $q = CVf$.

זוהי כמובן גם עוצמת הזרם הממוצע: $\bar{I} = CVf$.



תרשים 3.2: מדידת קיבול בשיטה של טעינה ופריקה בקצב מהיר

אם התדירות גבוהה במידה מספקת כך שלא נרגיש ברעידות המחוג, מד-הזרם יראה בדיוק את הזרם הממוצע. מן המשוואה האחרונה נוכל לחלץ את הקיבול $C = \frac{\bar{I}}{Vf}$. המפסק מופעל על ידי זרם חילופין בתדירות ידועה f (לעיתים קרובות הרשת, שתדירותה 50 Hz), והמתח V נמדד בעזרת וולטמטר. אם נחזור אל הדוגמה של קבל שקיבולו 100pF, הנטען והמתפרק חליפות בתדירות f = 50 Hz ובמתח של 20V, יהיה הזרם הממוצע $I = CVf = 10^{-10}\cdot 20\cdot 50 = 10^{-7}A$ אמנם זרם זה חלש, אך ניתן למדידה נוחה בכל זאת בעזרת מגבר זרם.

3.2 גורמי הקיבול

עתה, כאשר יודעים למדוד גם קיבולים קטנים, נוכל לגשת לחקירת הגורמים המשפיעים על קיבולו של קבל לוחות. גורמים אלה הם בוודאי גודל הלוחות, המרחק ביניהם ואולי גם החומר המבודד ביניהם.

כאשר מבצעים את הניסויים המתאימים, מתברר כי הקיבול פרופורציוני ישר לשטח הלוחות S- ופרופורציוני הפוך למרחק ביניהם d-. גורם הפרופורציה תלוי בחומר המבודד בין הלוחות, ובמקרה של אויר (או ריק) נהוג לסמנו ε_o והוא נקרא המקדם הדיאלקטרי של אויר (או ריק):

נוסחת הקיבול של קבל לוחות היא איפוא:

$$C = \varepsilon_o \frac{S}{d}$$

מדידות מדויקות מראות כי:

$$\varepsilon_o = 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$$

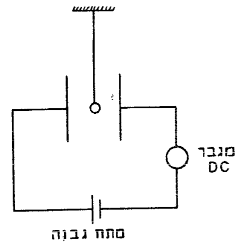
מתברר מן הניסויים, כי הכנסת חומר מבודד, כגון דף מחומר פלסטי בין הלוחות המהווים את הקבל מגדילה את קיבולו. במקרה זה נתון הקיבול על-ידי הנוסחה:

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_o \frac{S}{d}$$

ε_r - נקרא המקדם הדיאלקטרי היחסי של החומר והוא מראה פי כמה גדל קיבול הקבל יחסית למצב בו בין הלוחות מצוי אוויר (ריק).

3.3 השדה החשמלי בין לוחות מקבילים

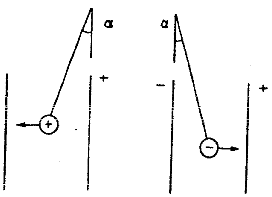
ניקח שני לוחות קבל אנכיים ומקבילים במרחק סנטימטרים ספורים זה מזה, נחברם דרך מד זרם רגיש (מגבר לזרם ישר) אל מקור מתח גבוה, ונתלה ביניהם כדור מוליך קל (תרשים 2.3). ברגע שנפעיל את המקור, יתחיל הכדור להתנדנד מלוח אחד לשני ובאותו הזמן יראה מכשיר המדידה על זרימת זרם חלש. זרם זה מוכיח כי הכדור מעביר מטען בין הלוחות, ותנועתו מראה כי על הכדור הטעון פועל כוח בין הלוחות הטעונים. אומרים כי קיים שדה חשמלי בין הלוחות.



תרשים 2.3: העברת מטען מלוח ללוח בעזרת כדור מוליך

אם המרחק בין הלוחות יהיה גדול, או אם המתח ביניהם יהיה נמוך מדי, נראה כי לאחר שהכדור נגע באחד הלוחות, הוא איננו מגיע אל הלוח השני, אלא נשאר בשיווי משקל, כאשר חוט התליה נטוי, בין הלוחות. מצב שיווי משקל זה תלוי בלוח בו נגע הכדור (תרשים 3.4). במרחב בין הלוחות מופעל כוח על כדור טעון, שכיוונו תלוי במטען הכדור: אם הכדור טעון במטען חיובי, פועל הכוח בכיוון מן הלוח החיובי לשלילי; ואם הכדור טעון במטען שלילי, פועל הכוח בכיוון הפוך. כיוון השדה החשמלי מוגדר ככיוון הכוח הפועל על מטען חיובי. עוצמתו מוגדרת ככוח החשמלי הפועל על יחידת מטען: אם על מטען q פועל כוח $\vec{F}_E$ תהיה איפוא עוצמת השדה החשמלי:

$$E = \frac{\vec{F}_E}{q} \left(\frac{N}{C}\right)$$

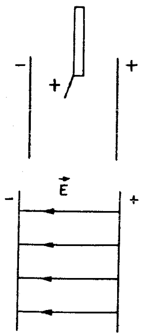


תרשים 3.4: הכוח הפועל על מטען בין לוחות קבל

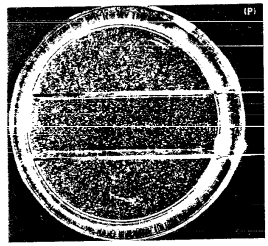
נזכיר כאן כי עוצמת השדה הגרביטציוני מוגדרת ככוח הגרביטציוני הפועל על יחידת מסה:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m}$$

כדי לבדוק את אופיו של השדה החשמלי בין לוחות מקבילים, נוכל להשתמש בעלה אלומיניום דק מאוד קשור למוט פלסטי (מתקן זה רגיש יותר מכדור תלוי על חוט). כאשר נביא עלה זה במגע עם אחד הלוחות, הוא יסטה בזוית מסויימת מן האנך (תרשים 3.5). עתה אם נזיז את המוט למקומות שונים במרחב בין הלוחות, סטית העלה לא תשתנה ודבר זה מראה על אחידות השדה החשמלי בין הלוחות. ניתן להמחיש את השדה החשמלי בין לוחות טעונים על-ידי זרעונים צפים על פני נוזל. התצלום בעמוד הבא (תרשים 3.6) מראה כי זרעונים אלה מסודרים בקוים מקבילים, הנקראים לעיתים קווי שדה. מקבילות קו שדה היא רמז נוסף לאחידות השדה, בדיוק כפי שהעובדה שגופים שונים בחדר נופלים בקוים מקבילים מראה על אחידות השדה הגרביטציוני בחדר, בסעיף הבא נראה הוכחה ניסויית נוספת לאחידות השדה החשמלי בין לוחות קבל.



תרשים 3.5: השדה האחיד בין לוחות קבל.



תרשים 3.6: תצלום של זרעונים המסתדרים לפי קוי השדה בין לוחות קבל.

3.4 עוצמת השדה החשמלי בין לוחות קבל

קל להראות באופן ניסויי, כי עוצמת השדה בין לוחות קבל עולה עם המתח ביניהם, ויורדת אם גדול מרחקם. נוכל להבין תוצאה זו ביתר דיוק מתוך ניתוח המושג מתח בין הלוחות. ואכן, אם קיים מתח V בין הלוחות, מטען q העובר מלוח אחד ללוח שני מקבל אנרגיה Vq. אנרגיה זו באה לו מעבודת הכוח החשמלי עליו.
הכוח שהשדה מפעיל עליו הוא $\vec{F} = \vec{E}q$ כוח זה קבוע בגודלו ובכיוונו, בהיות השדה אחיד. עבודת כוח זה תהיה אפוא, $W = F \cdot d = Eqd$ (d - המרחק בין הלוחות)
עבודה זו שווה לאנרגיה שמקבל המטען, Vq, ועל כן:

$$Eqd = Vq$$

$$E = \frac{V}{d}$$

עוצמת השדה החשמלי, שעל-פי הגדרתה יחידותיה הן: $\frac{N}{C}$, יכולה אפוא להתבטא* גם ב- $\frac{V}{m}$ ואמנם:

$$\frac{\text{Volt}}{\text{meter}} = \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}\cdot\text{meter}} = \frac{\text{Newton}}{\text{Coulomb}}$$

בספרות המקצועית מציינים לעיתים קרובות את יחידת השדה החשמלי ב- $\frac{V}{m}$ אולם יש לזכור כי כינוי זה שווה ערך ל- $\frac{N}{C}$.
נרשום עתה ביטוי המקשר את עוצמת השדה החשמלי למטען על הלוחות.

כזכור, באוויר:
$$V = \frac{q}{C} = \frac{qd}{\varepsilon_o S}$$

לפיכך:
$$E = \frac{V}{d} = \frac{q}{\varepsilon_o S}$$

המנה $\frac{q}{S}$ הוא צפיפות המטען על פני הלוח, מסמנים אותה בדרך כלל ב- σ (סיגמה קטנה). מכאן הביטוי לעוצמת השדה:

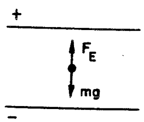
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$$

שני הביטויים לעוצמת שדה חשמלי, $E = \frac{V}{d}$ ו- $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$ מדגישים כי במתח נתון העוצמה אינה תלויה בשטח הלוחות.

3.5 ניסוי מיליקן

גופיפים זעירים מאוד נופלים לאט מאוד באוויר בגלל התנגדות האויר (לדוגמא, ערפל איננו אלא אוסף של טיפות מים זעירות, ומהירות נפילתן כה קטנה, עד כי אין אנו מרגישים בה). הניסוי מראה, כי גופיף כזה, ברגע שנעזב, מגיע כמעט מיד למהירות הגבול שלו (לא ניתן להבחין בשלב ההאצה), ומהירות גבול זו פרופורציונית למשקלו. מדידת מהירות זו מאפשרת אפוא "למדוד" את משקל הגופיף, על ידי השוואה למשל למהירות נפילת גופיף בעל משקל ידוע.

אם ניתן לגופיף כזה ליפול בין לוחות של קבל בלתי טעון, נעקוב אחריו בעזרת מיקרוסקופ ונמדוד את מהירותו, נדע מה משקלו (קיימות טבלאות המתרגמות מהירות נפילה למשקל). ב-1908 ביצע מיליקן ניסוי מפורסם כשהשתמש בטיפות שמן מופקות ממרסס. טיפות אלה נופלות כה לאט, שעוברות כמה עשרות שניות עד שהן נעלמות משדה הראיה של המיקרוסקופ. מסתבר כי בדרך כלל טיפות אלה טעונות מטען חשמלי, כך שאם שורר מתח חשמלי בין לוחות הקבל, ועל כן שדה חשמלי ביניהם, משנה הטיפה את מהירותה בהשפעת הכוח החשמלי המתווסף למשקלה. חלק מהטיפות נופלות מהר יותר, חלק לאט יותר, וחלק אף עולות דבר המראה כי יש לטיפות אלה מטענים שונים בגודל ובסימן.



תרשים 3.7: הכוחות הפועלים על טיפה הטעונה במטען שלילי

מכוונים את כיוון הפרש הפוטנציאלים (לדוגמא, לוח עליון חיובי או שלילי) ואת גודלו, עד אשר עוצרים לגמרי טיפה מסויימת. במצב זה שווה הכוח החשמלי, הפועל כלפי מעלה, למשקל הטיפה (ראה תרשים 3.7). רושמים את המתח V. עתה מגדילים או מקטינים את V כדי להעלות או להוריד את הטיפה, ושוב עוצרים אותה על-ידי התאמת המתח. מתברר, כי המתח הדרוש לעצירת הטיפה איננו תלוי במקום העצירה. כלומר הכוח החשמלי הפועל על הטיפה לא תלוי במקום בין לוחות הקבל (כי המשקל

בוודאי לא השתנה) ומכאן שעוצמת השדה החשמלי קבועה בין לוחות הקבל. כלומר, השדה הוא אחיד.

אם נניח לטיפה ליפול בלי שדה חשמלי ונמדוד את מהירותה, נוכל לחשב את משקלה (ניתן לבצע את הניסוי עם כדורים פלסטיים מכויילים, שמשקלם ידוע מראש, כך שאין צורך במדידת מהירות הנפילה). במצב שיווי משקל מתקיים:

$$F_E = mg$$

כמו כן ניתן לרשום כי:

$$F_E = Eq = \frac{V}{d} q$$

מהשוואת שני הביטויים האחרונים נוכל לחשב את המטען על הטיפה:

$$\frac{V}{d} q = mg$$

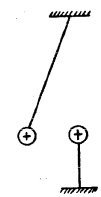
או:

$$q = \frac{mgd}{V}$$

כאשר ביצע מיליקן את ניסויו, היתה התוצאה מפתיעה: כל המטענים על הטיפות השונות, היו (בדיוק הניסוי) כפולות שלמות ממטען מסויים, שלא נמצא קטן ממנו: $e = 1.6\times10^{-19}C$ באופן שניתן לכתוב $q = \pm ne = \pm n\cdot1.6\times10^{-19}C$ (n מספר שלם). המטען החשמלי הוא בלתי רציף, ומורכב ממנות שוות הנקראות מטען יסודי. זהו המטען של אלקטרון (אם הוא שלילי) או של הפרוטון (אם הוא חיובי).

3.6 כוחות בין מטענים - חוק קולון

כדי לחקור את הכוחות הפועלים בין גופים טעונים, נוח להשתמש במערך נסיוני המורכב משני כדורים קטנים מוליכים, האחד קבוע והשני נייד (תרשים 3.8). אם לדוגמא הכדור הנייד תלוי על חוט מבודד ארוך, והוא טעון מטען חיובי, קל לראות שהוא נדחה על-ידי כדור חיובי אחר ונמשך על-ידי כדור טעון שלילית (את הכדורים טוענים בעזרת קבל, שקוטביותו ידועה). כוח דחיה מספק שיווי משקל יציב לכדור נייד. אם מקרבים אל הכדור הנייד החיובי כדור שלילי, מתקרב הכדור הנייד אל השני עד מגע. למדידה כמותית של תלות הכוח בגודל המטען ובמרחק בין הכדורים, משתמשים אפוא בכוח דחיה.



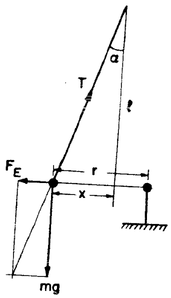
תרשים 3.8: כדורים הטעונים במטען שווה סימן, דוחים זה את זה

במצב שיווי המשקל בתרשים 3.9, קל לראות כי $\frac{F_E}{mg} = tg\alpha \sim \sin\alpha = \frac{x}{\ell}$ כלומר

$$F_E = \frac{mg}{\ell} x$$

מדידת ההסחה של הכדור x ממצב המנוחה שלו מאפשרת אפוא לחשב את הכוח החשמלי ולרשום אותו כפונקציה של המרחק r בין הכדורים ושל גודל המטען על כל כדור. אם המטען על כל כדור אפשר למדוד בעזרת אלקטרומטר או בשיטה אחרת. התוצאה העולה מן הניסויים היא, כי הכוח החשמלי פרופורציוני ישר לכל מטען, ופרופורציוני הפוך לריבוע המרחק ביניהם:

$$F \propto \frac{q_1q_2}{r^2}$$



תרשים 3.9: ניתוח הכוחות הפועלים על הכדור התלוי

חוק טבע זה נקרא חוק קולון. ניתן לרשום אותו גם בצורה:

$$F = k\frac{q_1q_2}{r^2}$$

מדידות מדוייקות מראות כי ערכו של קבוע הפרופורציה k באוויר הוא:

$$k = 9\cdot10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2}$$

3.7 השדה של מטען נקודתי

אפשר לפרש את כוח הדחיה או המשיכה בין שני מטענים, כיצירת שדה על ידי אחד המטענים, ופעולת השדה של המטען השני. יש בגישה זו לכאורה סירבול מיותר. אולם מתברר כי למעשה גישה זו מקילה על הניתוחים בשלב ראשון של לימוד החשמל, והופכת להכרח פיסיקלי ברגע שמעמיקים בחקירת האלקטרומגנטיות.

אם נראה, איפוא, את המטען q_1 כיוצר את השדה E_1 ואת q_2 כמרגיש בכוח שהשדה מפעיל עליו, נוכל לכתוב, על פי הגדרת עוצמת השדה החשמלי:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = E_1q_2$$

$$E_2 = \frac{kq_2}{r^2}$$

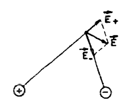
כללית, נוכל לכתוב שמטען נקודתי, כלומר מטען הנמצא על כדור שרדיוסו קטן בהשוואה למרחקים בהם מודדים את השדה, יוצר סביבו שדה שעוצמתו נתונה על-ידי:

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

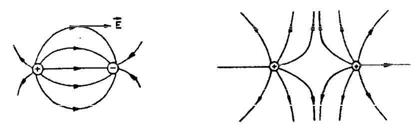
ההגבלה של כדור טעון קטן מתחייבת מן העובדה, כי הניסויים בוצעו בתנאים כאלה, ואין אנו יודעים מה אופיו של שדה חשמלי שנוצר על ידי גוף טעון גדול יחסית. בפרק הבא ננסה להרחיב את הנושא הזה. בינתיים נסתפק בציון עקרון יסוד, שכל הניסויים מאשרים: השדה החשמלי הנוצר בנקודה מסויימת על ידי מספר מטענים במקומות שונים, שווה לסכום הווקטורי של השדות הנוצרים בנקודה זו על ידי כל מטען בנפרד (תרשים 3.10):

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^{n} \vec{E}_k$$

אם נשתמש ברעיון זה כדי למצוא את צורתו של השדה החשמלי בסביבתם של שני מטענים נגדיים נמצא, כי כיוון השדה וגודלו משתנים מנקודה לנקודה. בהוג להמחיש את צורת השדה על-ידי ציור "קווי שדה", שהם קווים שכיוון המשיק להם בכל נקודה הוא כיוון וקטור השדה החשמלי באותה נקודה. בתרשימים הבאים (תרשים 3.11) ניתן לראות תצורות (קונפיגורציות) שונות של השדה החשמלי במצבים שונים.



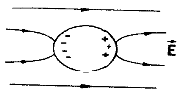
<u>תרשים 3.10</u>: *השדה החשמלי השקול*



<u>תרשים 3.11</u>: *תצורות של שדות חשמליים.*

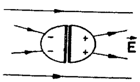
3.8 <u>השראה אלקטרוסטטית</u>.

אם גוף מוליך נמצא בשדה חשמלי המטענים החפשיים שבו ינועו בהשפעת השדה, וכתוצאה מזה תיווצר בגוף הפרדת מטענים. לתופעה זו קוראים <u>השראה אלקטרוסטטית</u>. (תרשים 3.12).



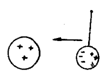
<u>תרשים 3.12</u>: *השראה אלקטרוסטטית*

כתוצאה מהפרדת מטענים זו תשתנה גם צורת השדה, אך על כך נדון בפרק הבא. אפשר להראות כי כאשר נפריד את הגוף, בהיותו בשדה, לשני חלקים, שני החלקים ישארו טעונים במטענים נגדיים כאשר נוציא אותם מהשדה (תרשים 3.13).



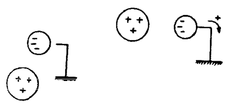
<u>תרשים 3.13</u>: *טעינה על ידי השראה אלקטרוסטטית*

תופעה זו מסבירה מדוע גם כדור ניטראלי נמשך על ידי גוף טעון: המטענים המושרים הקרובים לגוף הטעון, נמשכים אליו בכוח גדול יותר (כי הם קרובים יותר) מכפי שנדחים המטענים המושרים בעבר השני של הכדור (תרשים 3.14).



<u>תרשים 3.14</u>: *המשיכה שבין גוף טעון ומוליך ניטרלי*

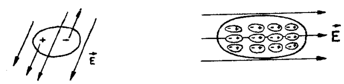
אפשר להיעזר בשיטה זו לטעינת גוף: אם הוא מחובר לאדמה (גוף מוליך גדול), הפרדת המטענים תיעשה כשהגוף נמצא בשדה חשמלי והיא תהיה בין הגוף לאדמה. אם ננתק את החיבור בין הגוף לאדמה בהיות הגוף בשדה החשמלי, הוא יישאר טעון במטען מנוגד למטען שיצר את השדה (תרשים 3.15).



<u>תרשים 3.15</u>: *טעינה על ידי השראה אלקטרוסטטית*

לא רק גופים מוליכים ניטראליים נמשכים אל גוף טעון. גם בחומרים מבודדים ניכרת השראה. כאן ההסבר שונה במקצת. בגוף מבודד אין נושאי מטען החופשיים לנוע. אולם המוליקולות של חומר כזה הינן בדרך כלל קוטביות, או שנעשות כך בהשפעת השדה החיצוני. כלומר, חלוקת המטען (שסך הכל שלו אפס) במוליקולה

איבה סימטרית, נוצר דיפול (דו-קוטב) השמלי, ובהשפעת השדה המולקולה נוטה להסתובב (ראה תרשים 3.16). הסידור החדש של המולקולות יוצר מטענים נגדיים על פני המבודד, והתוצאה היא, כקודם, תזוזת הגוף לכיוון בו השדה חזק יותר. אולם כאן כדאי לציין, שלא ניתן לטעון גוף מבודד בשיטת ההשראה.



תרשים 3.16: דיפול חשמלי בשדה חשמלי

3.9 שדה חשמלי ושדה גרביטציוני

השדה החשמלי דומה מאוד לשדה הגרביטציוני. שניהם פרופורציונים הפוך לריבוע המרחק. עוצמת השדה החשמלי פרופורציונית למטען, עוצמת השדה הגרביטציוני למסה, שהיא כעין "מטען גרביטציוני". לחוק קולון ולחוק המשיכה העולמית יש אותה הצורה המתמטית.

$$F_G = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \qquad F_E = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

$$g = \frac{Gm}{r^2} \qquad E = \frac{kq}{r^2}$$

המסקנות הנובעות מהצורה המתמטית הזאת יהיו שוות איפוא בשני המקרים. בין היתר נוכיח בפרק הבא, במקרה של מטען חשמלי על כדור, שהוא יוצר שדה חשמלי מחוצה לו כאילו כל המטען היה במרכז הכדור: זהו משפט אותו הזכרנו בגרביטציה. ההוכחה לגבי חשמל, הנובעת מחוק קולון, תהיה איפוא מתאימה גם לגרביטציה.

למדנו במיכניקה, שניתן להגדיר פוטנציאל גרביטציוני בשדה גרביטציה. גם בשדה החשמלי נוכל, איפוא, להגדיר פוטנציאל, ועל כך בפרק הבא.

אולם בשני דברים נבדלים השדה החשמלי והגרביטציוני. ראשית, בעוד שקיים רק כוח משיכה גרביטציוני, קיימים כוחות משיכה ודחיה חשמליים, הנובעים מקיום מטענים משני סוגים, דבר שאין לו מקביל בגרביטציה. שנית, סדר הגודל של הכוחות שונה לחלוטין. הכוח החשמלי בין מטענים יסודיים גדול הרבה יותר מהכוח הגרביטציוני בין החלקיקים הנושאים מטענים אלה. לשם המחשה, נחשב את

את הכוחות החשמלי והגרביטציוני בין אלקטרון ופרוטון במרחק r כלשהו ביניהם:

$$F_G = \frac{6.67\times10^{-11}\times1.67\times10^{-27}\times9.1\times10^{-31}}{r^2} = \frac{1.0\times10^{-67}}{r^2}\ N$$

$$F_E = \frac{9\times10^{9}\times1.6\times10^{-19}\times1.6\times10^{-19}}{r^2} = \frac{2.3\times10^{-28}}{r^2}\ N$$

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{2.3\times10^{-28}}{1\times10^{-67}} \simeq 10^{39}$$

היחס בין הכוח החשמלי והגרביטציוני בין שני אלקטרונים יהיה גדול עוד יותר. מהי, איפוא, הסיבה שאנו לא מרגישים, בחיי יום-יום, בכוחות חשמליים בין גופים? ההסבר נעוץ כמובן בעובדה כי בכל גוף כמויות המטענים החיוביים והשליליים שוות בדיוק מופלג, כך שכוחות המשיכה והדחיה מתאזנים בדיוק. טעינת גוף פירושה הפרה קטנה מאוד של שוויון המטענים, (אולי $1:10^{10}$) אך די בהפרה זו כדי שכתוצאה ממנה יתגלו כוחות בעלי עוצמה רבה, זוהי הסיבה העמוקה שעושה את החשמל לשימושי כל כך בכל הטכנולוגיה המודרנית.

תרגילים

1. א) קבל שקיבולו $C = 0.001\mu F$ ($10^{-9}F$) נטען במתח V של 500V.
מה כמות המטען האגורה בקבל? מה האנרגיה הפוטנציאלית שלו?

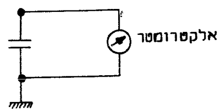
ב) מחברים את הדקי הקבל הזה להדקי קבל שקיבולו 1μF לא-טעון.
מה הקיבול הכולל של שני הקבלים? מה הפוטנציאל המשותף?

ג) כמה מטען נשאר בקבל המקורי? האם ניתן להניח כי כל המטען עבר לקבל השני?

ד) אם וולטמטר בעל התנגדות $10^{12}\Omega$ מחובר אל הדקי הקבל, מהו קבוע הזמן של התפרקות הקבל דרך הוולטמטר? מה תהיה הוראת הוולטמטר? (וולטמטר בעל התנגדות כה גדולה נקרא לעיתים אלקטרומטר).

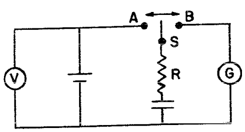
ה) חשב את האנרגיה הפוטנציאלית של הקבל השני אחרי החיבור. מה המסקנה?

2. א) קבל של 0.01μF מחובר אל אלקטרומטר. אחד מהדקי הקבל מחובר לאדמה, ומביאים כדור קטן טעון במגע עם ההדק השני. האלקטרומטר מראה מתח של 0.8V. מה היה גודל המטען על הכדור? איזו הנחה הנחת?

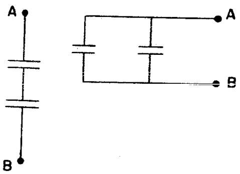


ב) אם הכדור נטען על ידי מגע לאחד ההדקים של ספק מתח גבוה במתח של 8000V (ההדק השני מחובר לאדמה), מה הקיבול של הכדור? האם הנחתך בחלק א' היתה מוצדקת?

3. מתח המקור שבתרשים $V = 6V$. המפסק S רועד בתדירות $f = 100\ \frac{1}{s}$. הגלוונומטר מראה זרם של $I = 24\mu A$. מה קיבולו של הקבל? מה חשיבות הנגד R? מה אפשר לעשות כדי לוודא שהקבל נטען לגמרי בכל מגע של המפסק?



4. שני קבלים זהים של 1μF נטענו כ"א במתח של 24V.



א) אם מחברים אותם במקביל, מה המתח בין הנקודות A ו-B? מה המטען שיזרום בין A ו-B אם נחבר ביניהן נגד? מהו איפוא קיבול מערכת שני הקבלים?

ב) אם נחבר את הקבלים בטור, מה המתח בין הנקודות A ו-B? מה המטען שיזרום בין A ו-B אם נחבר אליהן נגד? מהו איפוא קיבול מערכת שני הקבלים?

ג) השתמש ברעיונות של חלק ב' כדי להוכיח שאם מחברים מספר קבלים בטור, יהיה הקיבול הכולל נתון על ידי הנוסחה:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

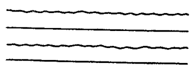
ד) לשם מה כדאי לחבר קבלים בטור?

5. גג פח, בעל שטח 30 מ"ר מונח על עמודים מחומר פלסטי מבודד בגובה 3 מ' מעל הריצפה. מה קיבול הגג (יחסית לריצפה)? אם נחבר הדק אחד של מקור בעל מתח 12V אל הגג ואת ההדק השני באריק (נחבר לאדמה), כמה מטען יזרום אל הגג? מדוע תשובותיך מקורבות בלבד?

6. התבונן במבנה של קבל משתנה במקלט רדיו. לשם מה הוא בנוי כך?

7. שתי דיסקיות מתכת, ברדיוס 9 ס"מ, נמצאות במרחק 1 ס"מ זו מזו. מה קיבולן? מה יהיה קיבולן אם נמלא את המרחק ביניהן בחומר מבודד בעל מקדם דיאלקטרי יחסי 3?

8. רוצים ליצור קבל בין 1μF מפסים ארוכים של עלה מתכת דק, ברוחב 5 ס"מ. פסי ניר באותו רוחב, ובעובי 0.1 מ"מ, יוצרים "כריך" עם עלים. עתה מגלגלים את הפסים כדי ליצור גליל. המקדם הדיאלקטרי היחסי של הניר הוא $\varepsilon_r = 2$.

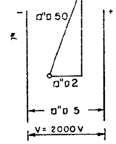


א) מדוע יש צורך בשני פסי ניר?

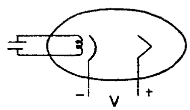
ב) מה אורך הפסים הדרוש כדי להגיע לקיבול 1μF?

ג) הערך את עובי הגליל הסופי.

9. שני לוחות מתכת אנכיים מחוברים אל מקור במתח של 2000V. המרחק ביניהם הוא 5 ס"מ. כדור קטן נושא מטען של $2\times10^{-9}C$ תלוי על חוט שאורכו 50 ס"מ, וסוטה ממצב המנוחה שלו ב-2 ס"מ. מה משקל הכדור? מה מסתו?



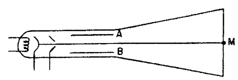
10. א) אלקטרונים, שמטענם e, נפלטים מקתודה חמה בשפופרת ריק. הם מואצים על ידי מתח V בין האנודה לקתודה. מה המהירות בה האלקטרונים מגיעים לאנודה?



ב) חשב את מהירות האלקטרונים כאשר המתח V = 100V. בתון כי מטען האלקטרונים: $e = 1.6\times10^{-19}C$ ומסתם $m = 9.1\times10^{-31}kg$.

11. האלקטרונים בשאלה הקודמת עוברים דרך חור באנודה, לאחר מכן בין שני לוחות אפקיים A ו-B, ולבסוף מגיעים למסך פלואורסנטי עליו הם יוצרים נקודת אור M. מחברים את הלוחות A ו-B למקור בעל מתח U, המרחק בין הלוחות d ואורך הלוחות ℓ.

א) מה עוצמת השדה בין A ו-B?



ב) מה הכוח הפועל על אלקטרון בעל מטען e בהיותו בין הלוחות? מה כיוון כוח זה?

ג) מה תאוצת האלקטרון בין הלוחות? מה כיוונה? מה מסלול של האלקטרון בין הלוחות?

ד) מהו זמן שהות האלקטרון בין הלוחות?

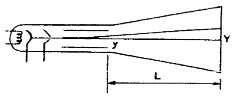
ה) מהי סטית האלקטרון y ממסלולו המקורי בצאתו מן המרחב בין הלוחות?

ו) חשב סטיה זו עבור:

V = 100V   U = 10V   d = 2cm   ℓ = 6cm

12. (המשך לשאלה 10-11)

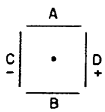
א) מה כיוון תנועתם של האלקטרונים בצאתם מהמרחב בין הלוחות?



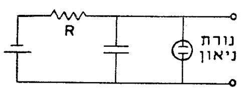
ב) מה תהיה הסטיה Y על המסך, אם המרחק בין הלוחות והמסך הוא L?

ג) חשב את Y אם L = 30cm.

13. המתקן שתואר בשאלות 10-12 הוא יסוד האוסילוסקופ. כפי שמצאת בתשובה לשאלות, ההסחה Y של כתם האור על המסך פרופורציונית למתח על הלוחות האופקיים A ו-B. כדי לתאר מתח זה כפונקציה של הזמן, יש צורך להניע את הכתם לאורך המסך, משמאלו לימינו, בקצב קבוע. זאת משיגים בעזרת שני לוחות נוספים C ו-D אנכיים, כך שאם יש מתח ביניהם מסיט השדה החשמלי האופקי את האלקטרון הצידה. אם המתח בין C ו-D יגדל בקצב קבוע, תהיה סטיה של האלקטרון ימינה פרופורציונית לזמן, והכתם יצייר על המסך גרף של המתח על A ו-B כפונקציה של הזמן. בהגיעו לקצה הימני של המסך, הכתם חוזר מהר מאוד לקצה השמאלי ומתחיל מחדש. אם V_{AB} הוא תופעה מחזורית, ונתאים את הקצב ב"מטאטא" הכתם את המסך לתדירות תופעה זו, תהיה תמונה קבועה על המסך.



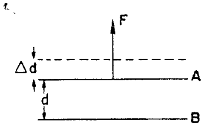
אחד המתקנים הפשוטים להשגת תנועה איטית יחסית של הכתם ימינה, ותנועה מהירה מאוד חזרה שמאלה הוא המתקן המתואר בשרטוט. קוראים למתקן זה <u>בסיס זמן</u>. קבל מחובר דרך נגד אל מקור מתח של 100V בערך, ובמקביל לקבל נורת ניאון. לנורת ניאון התכונה, שאינה מוליכה אם המתח עליה פחות מ-60V, ומוליכה היטב ממתח זה ואילך. באר את פעולת המתקן, וערוך גרף של המתח בין C ו-D כפונקציה של הזמן.
(קוראים למתח זה מתח "שיני מסור", מדוע?).



אם הקבל הוא בן 0.1μF, מהי, בערך, ההתנגדות הדרושה לנגד R כדי שזמן המחזור יהיה כ-0.01 שניה?

14. לוח מתכת נמצא 5 ס"מ מעל שולחן (מוליך טוב למדי) ומבודד ממנו היטב. טוענים את הלוח במתח של 4kV יחסית לשולחן, ומתח זה יורד ל- 3kV כעבור 10 דקות. אם שטח הלוח 20 סמ"ר, הערך את מוליכות האוויר (מוליכות היא הערך ההפוך להתנגדות סגולית) בהנחה שדליפה המטען נבעה ממוליכות האוויר, ושהיא אחידה במרחב בין הלוח לשולחן.

15. היות ושני הלוחות של קבל טעונים מטענים נגדיים, הם יימשכו זה לזה. מטרת תרגיל זה הוא לחשב את כוח המשיכה בין הלוחות המקבילים של קבל טעון.



המרחק בין לוחות הקבל A ו-B הוא d. מטען כל לוח הוא q, והלוחות מנותקים מכל מקור. האנרגיה של הקבל היא $U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$.

א) אם כוח F מרחיק את A מ-B ב- Δd (קטן מאוד), מה עבודת הכוח F?

ב) אם המרחק בין הלוחות גדל מ-d ל-$d + \Delta d$, מה הערך החדש לקיבול?

ג) חשב את הגידול באנרגיה הפוטנציאלית של הקבל.

ד) השווה זאת לעבודת הכוח F, ומצא את F.

ה) בטא את F באמצעות V, d ו-S.

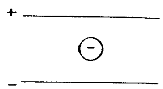
ו) הצע שיטה למדידת ε_0 מבוססת על מדידת הכוח בין לוחות טעונים.

הערה: יש להשתמש בקשר: $C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

16. בין שני לוחות בעלי ממדים 20×20 ס"מ, שהמרחק ביניהם 1 ס"מ, נמדד כוח של 1.0×10^{-2} ניוטון. מה המתח בין הלוחות?

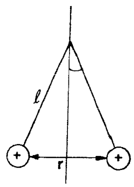
17. לביצוע ניסוי מיליקן משתמשים בכדורים מכויילים בעלי מסה $m = 2.8\times10^{-15}kg$. המרחק בין הלוחות הוא 3.1 מ"מ. לעצירת כדורים שונים, היה צורך במתחים אלה: 270V, 180V, 540V, 90V, 108V, 135V. הסק מתוצאות אלה מה גודל המטענים על הכדורים האלה, ומה גודלו של המטען האלמנטרי.

18. אם הכדורים המוזכרים בשאלה הקודמת נופלים חופשית באוויר במהירות של $0.1\ \frac{mm}{s}$. באיזו מהירות ובאיזה כיוון ינוע כדור טעון שלילית בשלושה מטענים יסודיים במרחב בין לוחות שהמרחק ביניהם 5 מ"מ, אם הלוח העליון נמצא בפוטנציאל של +300V ביחס לתחתון?

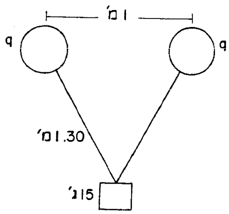


19. מה הכוח ההדדי בין שני מטענים $q_1 = 5\times10^{-8}C$ $q_2 = 2\times10^{-8}C$ במרחק 3 ס"מ זה מזה?

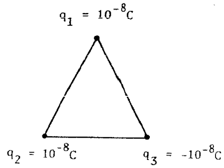
20. שני כדורים טעונים במידה שווה תלויים על חוטים מבודדים בעלי אורך $\ell = 50cm$ ונדחים עד שהמרחק ביניהם הוא $r = 10cm$ (ראה תרשים). מסת כל כדור 0.1 ג'. מה גודל המטען של כל כדור?



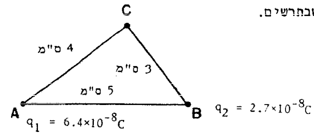
21. אל שני כדורים פורחים, טעונים מטען q קשור בשני חוטים גוף שמסתו 15gr (ראה תרשים). המערכת נמצאת בשיווי משקל. מה גודל המטען על כל כדור?



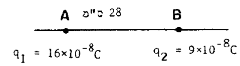
22. מהו הכוח הפועל על כל אחד משלושת המטענים שבתרשים, הנמצאים בקודקודיו של משולש שווה צלעות בעל צלע של 10 ס"מ?



23. מצא את עוצמת השדה וכיוונו בנקודה C שבתרשים.



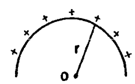
24. א) מצא נקודה על הישר AB בה השדה מתאפס לפי נתוני התרשים.



ב) כנ"ל אם $q_2 = -9\times10^{-8}C$

25. האם הנקודה אותה מצאת בשאלה 24א' היא נקודת שיווי משקל יציב עבור מטען בוחן חיובי? (מטען הבוחן יהיה בשיווי משקל יציב אם ורק אם בתזוזה קטנה בכיוון כלשהו יופעל על מטען הבוחן כוח המחזיר אותו למצבו הקודם).

*26. מטען q מחולק חלוקה אחידה על תייל שצורתו חצי מעגל. מה עוצמת השדה בנקודה O, מרכז המעגל? (דרוש חשבון אינטגרלי).



פרק ד: חוק גאוס - פוטנציאל

4.1 מבוא

בסוף הפרק הקודם ראינו, כי מטען חשמלי נקודתי* יוצר סביבו שדה חשמלי, סימטרי, שעוצמתו פרופורציונית הפוך לריבוע המרחק, ופרופורציונית לגודל המטען:

$$E = k\frac{q}{r^2}$$

וקטור השדה החשמלי בנקודה מסויימת מונח לאורך הקו המחבר את הנקודה למטען היוצר את השדה, וכיוונו מן המטען אם הוא חיובי ואל המטען אם הוא שלילי.

אם המטען אינו נקודתי, כלומר אם ממדי הגוף הנושא את המטען גדולים יחסית, מציאת גודלו וכיוונו של השדה החשמלי בנקודות שונות במרחב היא בעיה מסובכת וקשה. באופן עקרוני, יש לברר תחילה מהי חלוקת המטען בגוף, ואז לסכם, וקטורית, בנקודה מסויימת, את השדות האלמנטריים שכל "חתיכת" מטען בגוף יוצרת באותה הנקודה - לשם כך דרושים בדרך כלל אמצעים מתוחכמים יותר של חשבון אינטגרלי.

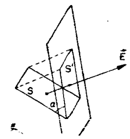
אולם במקרים מסויימים, פשוטים במיוחד, ניתן לבצע את החישוב בדרכים קלות למדי. המקרים האלה הם מקרים בהם קיימת סימטריה מרחבית. אפשר, למשל, בעזרת חשבון אינטגרלי ברמה של בית הספר התיכון, לחשב את עוצמת השדה בקרבת תיל אינסופי טעון, או מישור אינסופי טעון, או אפילו קליפה כדורית טעונה. לא נעסוק בחישובים כאלה כאן, משום שנפתח משפט כללי שיאפשר לנו לטפל ביתר יעילות באותם מקרים פשוטים בהם קיימת סימטריה.

זהו משפט מתמטי באופיו, שמטרתו לתת לחוק קולון צורה נוחה יותר לפתרון בעיות הקשורות בסימטריה. קוראים לו חוק גאוס.

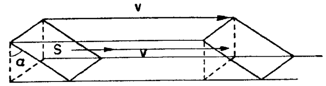
*מטען נקודתי פירושו מטען על גוף שממדיו קטנים מאוד בהשוואה למרחקים בהם נמדד השדה החשמלי שהוא יוצר.

4.2 חוק גאוס

נתחיל בהגדרת מושג חדש, **השטף החשמלי** ϕ דרך שטח נתון S. זוהי המכפלה של עוצמת השדה (הקבוע) בהיטל S' של השטח S על מישור מאונך לווקטור השדה (להיטל זה קוראים גם שטח אפקטיבי) (תרשים 4.1) מקורו של המושג בזרימת נוזלים. אם למשל מים זורמים במהירות $\vec{v}$ דרך שטח מלבני S, שטף המים (נפח המים הזורמים ליחידת זמן) דרך שטח זה יהיה שווה לנפח המקבילון הבנוי על S ו-v, נפח מקבילון זה שווה ל- $vS\cos\alpha$ (תרשים 4.2).



תרשים 4.1: שטף חשמלי

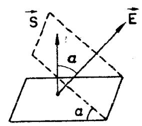


תרשים 4.2: שטף זרימה

באופן דומה, $\phi = ES\cos\alpha$ מזכירה מכפלה סקלרית. כדי לנצל את התכונות של מכפלה סקלרית, מגדירים וקטור $\vec{S}$ כווקטור מאונך למשטח, וגודלו שווה לגודל השטח S. קל לראות שהזוית בין שני וקטורים אלה הי אותה הזוית שהופיעה קודם. ניתן איפוא לרשום:

$$\phi = \vec{E}\cdot\vec{S}$$

ראה תרשים 4.3.

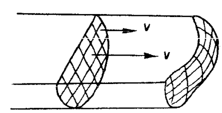


תרשים 4.3: השטף ϕ דרך שטח S הוא המכפלה הסקלרית של $\vec{E}$ ב $\vec{S}$

עתה נוכל להוכיח, כי השטף החשמלי **הכולל** דרך משטח **סגור** תלוי רק בגודל המטען הנמצא בפנים המשטח, ולא בצורת המשטח עצמו ובגודלו. לשם כך נמשיך באנלוגיה של זרימת מים. אם מים זורמים בתעלה בעלת שטח חתך S במהירות אחידה $\vec{v}$, השטף יהיה כמובן:

$$\phi = v\cdot S = \vec{v}\cdot\vec{S}$$

אולם אם מהירות המים אינה אחידה, והיא נעשית קטנה יותר בקרבת הגדה והתחתית, הדרך למציאת השטף תהיה לחלק את השטח S לחלקים רבים ΔS, למדוד את מהירות המים בכל חלק כזה, ולסכם את השטפים החלקיים $\Delta\phi$. (תארו לעצמכם רשת דייגים מתוחה במאונך לתעלה). במקרה זה השטף הכולל יהיה:



תרשים 4.4: חישוב שטף דרך משטח עקום

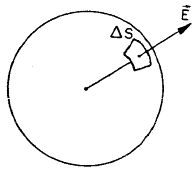
$$\phi = \Sigma\Delta\phi = \Sigma v\cdot\Delta S$$

אם הרשת לא תהיה מתוחה, יהיה צורך להתחשב, לגבי כל אלמנט שטח, בזוית שהוא יוצר עם וקטור מהירות המים. אלמנט השטף דרך חתיכת שטח ΔS יהיה $\Delta\phi = v\Delta S\cos\alpha = \vec{v}\cdot\Delta\vec{S}$ והשטף הכולל יהיה $\phi = \Sigma v\cdot\Delta S$. אם המהירות משתנה באופן רציף מנקודה לנקודה, יהיה צורך לבחור באלמנטי שטח קטנים יותר ויותר, ובגבול:

$$\phi = \int_S \vec{v}\cdot d\vec{S}$$ (קרי: אינטגרל של $\vec{v}\cdot d\vec{S}$ על פני S)

כדאי לשים לב לעובדה, כי במקרה שלנו התשובה ל- ϕ לא תלויה בצורת הרשת: שטף המים הוא נתון של התעלה ולא של הרשת.

נחזור עתה לדיון בשטף החשמלי. אם יש לנו מטען נקודתי q, ונתאר לעצמנו משטח כדורי שהמטען עומד במרכזו, הרי בכל נקודה על פני הכדור יהיה וקטור השדה החשמלי מאונך למשטח, וגודלו יהיה קבוע, בהיות פני הכדור במרחק קבוע מהמרכז (תרשים 4.5).



תרשים 4.5: חישוב השטף החשמלי דרך מעטפת כדורית

אם נחלק את הכדור לאלמנטי שטח ΔS קטנים, יהיה: $\Delta\phi = \vec{E}\cdot\Delta\vec{S} = E\Delta S$ ובהיות E קבוע, נוכל לכתוב:

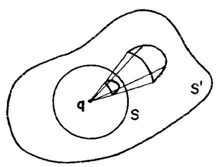
$$\phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \oint_S Eds = E\oint_S ds$$

אולם $\oint_S ds$ אינו אלא שטח הכדור $4\pi R^2$, וחוק קולון נותן $E = \frac{kq}{R^2}$.

לכן: $\phi = E\cdot 4\pi R = \frac{kq}{R^2}\cdot 4\pi R^2 = 4\pi Kq$

השטף דרך פני הכדור לא תלוי ברדיוסו, אלא במטען במרכזו בלבד (מה קורה אם תעלת מים מתרחבת? האם השטף גדל במקום המורחב?).

עתה ניקח משטח סגור כלשהו S' סביב מטען q. ברצוננו להראות כי גם השטף דרכו שווה ל- $4\pi kq$. זהו תוכנו של חוק גאוס.



תרשים 4.6: חישוב השטף החשמלי דרך משטח סגור

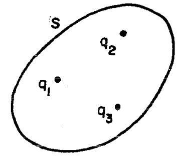
נעביר כדור קטן סביב q מוכל כולו בתוך המשטח הסגור. נבחר אלומה, החותכת על פני הכדור שטח ΔS ועל פני המשטח שטח $\Delta S'$ (תרשים 4.6). השטף דרך שני השטחים האלה יהיה שווה, כי השדה <u>יורד</u> לפי ריבוע המרחק, אך השטח האפקטיבי שחותכת האלומה <u>גדל</u> לפי ריבוע המרחק. לכן מכפלתם לא משתנה.

$$\Delta\phi' = \Delta\phi$$

נוכל להעביר אלומות כאלה שיכסו את פני הכדור, והן יכסו כמובן בהתאמה את פני כל המשטח. יוצא כי השטף הכולל ϕ' דרך המשטח S', שווה לשטף דרך פני הכדור ϕ, וזה איננו תלוי ברדיוס הכדור. נסכם איפוא:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi kq$$

עבור כל משטח סגור S. זהו ניסוחו המתמטי של חוק גאוס, שאיננו אלא צורה אחרת לחוק קולון.



אם המשטח הגאוסי מכיל מספר מטענים q_1, q_2, q_3 במקומות שונים, כל מטען יוצר את השטף שלו. כתוצאה מזה, יהיה השטף הכולל:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi kq_1 + 4\pi kq_2 + \ldots$$

$$= 4\pi k(q_1 + q_2 + q_3 + \ldots)$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 4\pi k(\Sigma q)$$

כאשר Σq מייצג את הסכום <u>האלגברי</u> של המטענים בתוך המשטח, כלומר את המטען <u>נטו</u>.

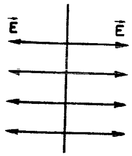
4.3 <u>שימושים לחוק גאוס</u>

א. <u>עוצמת השדה בקרבת מישור אינסופי טעון</u>

נניח כי לוח "אינסופי" טעון בצפיפות מטען σ $(\sigma = \frac{Q}{S})$. במציאות לא קיימים כמובן לוחות אינסופיים והמדובר בלוח גדול מאוד בלבד. במקרה זה אם נתרחק בהרבה מהלוח יתפזרו הקווים, כי הלוח יראה מרחוק כ"נקודתי" יותר ויותר. מטעמי סימטריה חייבים כל קווי השדה להיות מאונכים ללוח ומקבילים זה לזה (תרשים 4.7).

עתה אם נתאר לעצמנו "משטח גאוסי" שצורתו תיבה בעלת שטח פיאה צדדית A (תרשים 4.8), המטען q הנמצא על חלק המישור אשר בתוך התיבה יהיה:

$$q = \sigma A$$



<u>תרשים 4.7:</u> השדה האחיד של לוח טעון

השטף הכולל דרך כל פני התיבה צריך איפוא להיות:

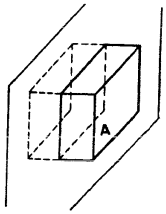
$$\phi = 4\pi kq = 4\pi k\sigma A$$

אולם, רק דרך הפיאות A יש שטף שונה מ- 0, כי לגבי יתר הפיאות $\vec{E}$ מקביל להם בהיות $\vec{E}$ מאונך ל- A וקבוע על פני A מטעמי סימטריה, יוצא כי:

$$\phi = \oint_S EdS = E2A = 4\pi k\sigma A$$

ולכן:

$$E = \frac{4\pi k\sigma}{2} = 2\pi k\sigma$$

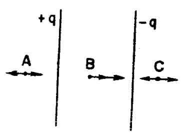


<u>תרשים 4.8:</u> חישוב עוצמת השדה החשמלי בקירבת לוח אינסופי טעון.

עוצמת השדה לא תלויה איפוא במרחק מהלוח לגבי לוח גדול, אך בעל שטח סופי. משפט זה נכון כל עוד המרחק מהלוח קטן מאוד בהשוואה לגודל הלוח.

ב. <u>עוצמת שדה בין לוחות מקבילים</u>

בכל נקודה, עוצמת השדה היא הסכום הוקטורי של השדות הנגרמים על ידי כל לוח לחוד. קל לראות בתרשים, כי בנקודות A ו-C יתבטלו השדות, בעוד הם יתחברו ב- B (תרשים 4.9). בנקודה B מתקיים איפוא:



<u>תרשים 4.9:</u> השדה החשמלי בין לוחות מקבילים, ומחוצה להם

$$E = 4\pi k\sigma$$

אולם בפרק הקודם ראינו, כי $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}$. אין זאת אלא, כי:

$$\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi k} \quad \text{או} \quad 4\pi k = \frac{1}{\varepsilon_o}$$

מדידתו של ε_o מאפשרת לחשב את k, או להיפך. משום כך, נוהגים לעיתים קרובות לרשום את חוק קולון כך:

$$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

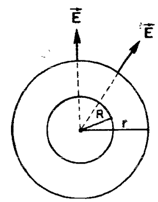
ואת חוק גאוס כך:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = 4\pi k(\Sigma q) = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_o}$$

ג. <u>עוצמת השדה מחוץ לקליפה כדורית טעונה</u>

נתאר לעצמנו קליפה כדורית כמו כדור פינג-פונג צבוע בצבע מוליך למשל. אם קליפה זו טעונה מטען q, ורדיוסה R, מה עוצמת השדה בנקודה חיצונית שרוחקה r ממרכז הכדור $(r > R)$?

נעביר כדור קונצנטרי לקליפה הטעונה, שרדיוסה r (תרשים 4.10). מטעמי סימטריה, עוצמת השדה שווה בכל הנקודות על פני הכדור, ווקטור השדה $\vec{E}$ מאונך לפני הכדור בכל מקום. השטף החשמלי, השווה ל- $\frac{q}{\varepsilon_o}$ לפי חוק גאוס, מקבל את הביטוי:



<u>תרשים 4.10</u>: *חישוב עוצמת השדה החשמלי בקירבת קליפה כדורית טעונה*

$$\phi = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \oint_S Eds\cos 0^o = \oint_S Eds = E\oint_S ds = E\cdot 4\pi r^2$$

מכאן:
$$E\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}$$

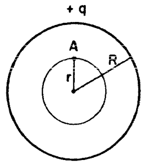
זהו בדיוק הביטוי לעוצמת שדה חשמלי של מטען <u>נקודתי</u> q במרחק r ממנו. המסקנה היא, שהמטען המפוזר על הקליפה הכדורית יוצר בחוץ שדה שווה לזה שהיה נוצר על ידי מטען שווה המרוכז במרכז הכדור.

אם נחזור עתה לגרביטציה, קל להבין כי אפשר לראות את כדור הארץ כמורכב מקליפות כדוריות בעלות רדיוסים הולכים וקטנים עד אפס. כל קליפה כזו פועלת כלפי חוץ כאילו כל מסתה מרוכזת במרכז כדור הארץ, ובסך הכל כדור הארץ פועל כלפי חוץ כאילו כל מסתו מרוכזת במרכזו.

ד. <u>עוצמת השדה בפנים קליפה כדורית טעונה</u>

מהי עוצמת השדה בפנים קליפה כדורית טעונה? נחפש מה עוצמת השדה $\vec{E}$ בנקודה A שרוחקה r ממרכז הכדור, עבור $r < R$?

נעביר דרך A כדור שרדיוסו r (תרשים 4.11). כדור זה אינו מכיל מטען, ולכן השטף החשמלי דרכו חייב להיות אפס. אולם מטעמי סימטריה חייב להיות השדה שווה בכל מקום על פני כדור זה. השטף, כמכפלת שדה קבוע בשטח הכדור, יכול להיות אפס אם ורק אם השדה עצמו מתאפס בכל מקום.



<u>תרשים 4.11</u>: *חישוב עוצמת השדה החשמלי בתוך קליפה כדורית טעונה.*

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\ 4\pi r^2 = 0$$

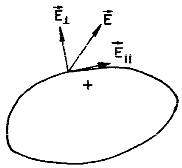
מכאן:

$$E = 0$$

כלומר, יהיה המטען על הקליפה הכדורית אשר יהיה, השדה בכל נקודה פנימית יהיה אפס. קליפה כדורית טעונה אינה מפעילה כוח על מטען בתוכה. השתמשנו במשפט הזה בגרביטציה, כדי להראות שתנועתו של גוף במנהרה לאורך ציר כדור הארץ תהיה תנועה הרמונית (בהנחה שצפיפות כדור הארץ אחידה).

ה. <u>גופים מוליכים</u>

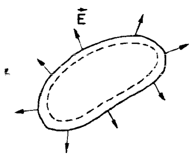
אם נטען גוף מוליך מלא, ונשאל את עצמנו מהי עוצמת השדה החשמלי בתוך המוליך ומחוצה לו, נמצא מסקנה מעניינת: **בתוך** המוליך הטעון עוצמת השדה היא אפס ואילו בכל נקודה על פני המוליך עוצמת השדה מאונכת לפניו. כדי להבין מסקנות אלה, נזכור כי מוליך מאופיין בכך שיש בו מטענים חפשיים לנוע (במתכות אלה אלקטרונים). לאחר גמר תהליך טעינתו, שרוי המוליך במצב "שיווי משקל חשמלי" זאת אומרת, אין בו תנועה מסודרת של מטענים חפשיים. ברם חוסר תנועת מטענים מעיד על העדר כוח הפועל עליהם, כלומר על העדר שדה חשמלי. כמו כן, אילו היה השדה החשמלי בנקודה על פני המוליך יוצר זוית שונה מ-90° על פני המוליך (תרשים 4.12), היה הרכיב המשיקי $E_{\parallel}$ של השדה מסוגל להניע אלקטרונים על פני המוליך, דבר הסותר את ההנחה שהמוליך נמצא במצב של שיווי משקל



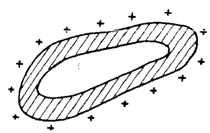
<u>תרשים 4.12</u>

אלקטרוסטטי. המסקנה היא איפוא שהשדה החשמלי בכל נקודה על פני המוליך טעון מאונך לפניו ומכוון כלפי חוץ (תרשים 4.13).

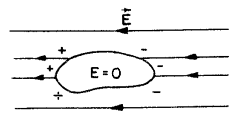
אם נעביר משטח גאוסי במקום כלשהו בתוך המוליך ברור שהשטף דרכו אפס, כי אין שם שדה. הווה אומר שהמטען נטו בתוך המשטח הוא גם כן אפס. היות ואת המשטח הגאוסי אפשר להעביר קרוב לפני הגוף ככל שנרצה, נובע מכך שכל המטען העודף של הגוף המוליך נמצא על פניו של המוליך. עתה, אם נקדח חור בתוך המוליך ונהפכו ממוליך מלא למוליך חלול (תרשים 4.14) לא תשתנה המסקנה בדבר התאפסות השדה החשמלי בתוך המוליך. כמו כן לא יהיה מטען חופשי על הפנים הפנימיים של החור. מתברר איפוא כי בתוך משטח מוליך סגור אין שדה חשמלי, יהיו צורת המוליך והמטען עליו אשר יהיו. יתר על כן, מסקנה זו נכונה גם כאשר המשטח נמצא בתוך שדה חשמלי חיצוני, הגורם להפרדת מטענים של פני המוליך (תופעה זו קרויה קיטוב ע"י השראה אלקטרוסטטית).
גם במקרה זה השדה החשמלי בפנים המשטח המוליך מתאפס, זהו היסוד לסיכוך:
כדי לבודד מכשיר חשמלי כלשהו מהשפעות חיצוניות, די להכניסו לתוך עטיפת מתכת (תרשים 4.15).



תרשים 4.13: השדה החשמלי על פניו של מוליך טעון



תרשים 4.14: השדה החשמלי בתוך מוליך חלול שווה לאפס



תרשים 4.15: סיכוך

4.4 פוטנציאל חשמלי

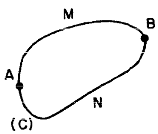
כדי לקרב זה לזה שני גופים טעונים חיובית צריך להשקיע אנרגיה; יש להתגבר על כוח הדחיה ביניהם. אנרגיה זו נאגרת כאנרגיה פוטנציאלית חשמלית במערכת שני הגופים. אם נאפשר לכוח הדחיה בין הגופים לפעול עליהם ללא התנגדות, ינועו שני הגופים, יתרחקו זה מזה וירכשו אנרגיה קינטית על חשבון האנרגיה הפוטנציאלית שלהם.

היות והכוח בין שני מטענים קבועים משתנה עם המרחק ביניהם בלבד, ואינו תלוי בצורת המסלול או כיוון התנועה של המטענים, זהו כוח משמר. במילים אחרות בשדה חשמלי, כבשדה גרביטציה, קיים שימור אנרגיה מיכנית. כזכור מן המיכניקה, פירוש הדבר הוא, שעבודת הכוח החשמלי על מטען לאורך מסלול סגור שווה לאפס. אם נבחר ביחידת המטען, הכוח החשמלי הפועל עליה הוא עוצמת השדה החשמלי, ועבודת השדה החשמלי לאורך מסלול סגור, הנקראת גם הקפתו (circulation) של השדה החשמלי, היא האינטגרל לאורך מסלול סגור של המכפלה הסקלרית של עוצמת השדה $\vec{E}$ באלמנט הדרך $d\vec{r}$. שימור האנרגיה מחייב איפוא:

$$\int_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = 0$$

אם נבחר שתי נקודות A ו B על המסלול (C) (תרשים 4.16) נוכל לכתוב

$$\int_{A\,(M)}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\int_{A\,(N)}^{B} \vec{E}\cdot d\vec{r}$$



תרשים 4.16

היות וזה נכון לכל מסלול, האינטגרל $\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$ לא תלוי כלל במסלול, אלא בנקודות A ו-B, בלבד. אינטגרל זה מייצג את עבודת השדה החשמלי על יחידת מטען העוברת מ-A ל-B. זהו גם הפחת באנרגיה הפוטנציאלית של יחידת המטען בשדה החשמלי, וזה מוגדר כהפרש הפוטנציאלים החשמליים בין הנקודות A ו-B.

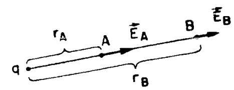
$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r}$$

השינוי באנרגיה פוטנציאלית של מטען q העובר מ-A ל-B יהיה:

$$U_A - U_B = q(V_A - V_B) = \int_A^B q\vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

עתה נחשב הפרש הפוטנציאל בין שתי נקודות A ו-B הנמצאות במרחקים r_A ו-r_B ממטען נקודתי q (תרשים 4.17). כמובן יש להתחשב בעובדה שעוצמת השדה E משתנה

עם המרחק, אין אפשרות לחשב את עבודת השדה החשמלי כמכפלה פשוטה של עוצמתו בדרך AB, כפי שעשינו במקרה של הפרש הפוטנציאל בין לוחות מקבילים.



תרשים 4.17

נחזור איפוא לנוסחת ההגדרה:

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{kq}{r^2}\, dr$$

$$V_A - V_B = kq \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = kq \left| -\frac{1}{r} \right|_{r_A}^{r_B}$$

$$V_A - V_B = kq \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

כמו כן השינוי באנרגיה פוטנציאלית של שני מטענים q ו-'q המרוחקים תחילה מרחק r_A ומתרחקים עד ל- r_B זה מזה, יהיה:

$$U_A - U_B = (V_A - V_B)\, q' = kqq' \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

עד כאן דיברנו על הפרש פוטנציאלים בלבד. נוח לקבוע נקודה בה הפוטנציאל אפס באופן שרירותי, ולייחס את יתר הפוטנציאלים לנקודה זו. עשינו זאת לפעמים במעגלים חשמליים, ועשינו זאת במכניקה עבור הפוטנציאל הגרביטציוני. אם נעיין בנוסחה להפרש הפוטנציאלים נראה שהצורה הנוחה ביותר מבחינה מתמטית עבור הפוטנציאל תתקבל על ידי הקביעה $V_\infty = 0$ (הפוטנציאל באינסוף שווה לאפס). על סמך קביעה זו הפוטנציאל בנקודה שרוחקה r מהמטען היוצר את השדה יהיה:

$$V_r - V_\infty = kq\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right) = kq\left(\frac{1}{r} - 0\right)$$

$$V_r = \frac{kq}{r}$$

והאנרגיה של שני מטענים q ו-'q ברוחק r זה מזה תהיה:

$$U = Vq' = \frac{kqq'}{r}$$

יש טעם פיסיקלי, בנוסף לטעם המתימטי, בקביעת האפס לאנרגיה הפוטנציאלית ברוחק אינסופי בין הגופים: במצב זה הם אינם משפיעים יותר זה על זה, כלומר הם אינם קשורים.

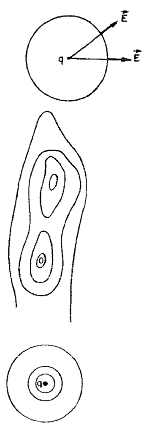
עלינו לשים לב להבדל חשוב בין הנוסחה לאנרגיה פוטנציאלית חשמלית ובין זו המבטאת את האנרגיה הפוטנציאלית הגרביטציונית:

$$U_E = \frac{kqq'}{r} \qquad U_G = -\frac{Gmm'}{r}$$

בביטוי ל- U_G מופיע סימן מינוס, שאינו מופיע בביטוי ל- U_E. מסות תמיד חיוביות והכוח ביניהם הוא כוח משיכה, באופן שיש לשתי מסות אנרגיה פוטנציאלית גדולה יותר ככל שהן רחוקות יותר. לעומת זאת, שני מטענים חיוביים או שני מטענים שליליים דוחים זה את זה, ולכן האנרגיה הפוטנציאלית שלהם גדולה ככל שהם קרובים זה לזה. אם שני המטענים מנוגדים, קיים ביניהם כוח משיכה, והאנרגיה פוטנציאלית היא שלילית. ואמנם אם נציב בביטוי לאנרגיה פוטנציאלית חשמלית, את המטענים עם סימניהם נראה שהמכפלה היא בעלת ערך שלילי. באותו אופן, הפוטנציאל בכל נקודה בשדה יהיה שלילי אם המטען q היוצר את השדה הוא שלילי.

4.5 משטחים שווי פוטנציאל

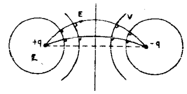
אם נתאר לעצמנו משטח כדורי סביב מטען q ברוחק r ממנו, יהיה הפוטנציאל בכל נקודות המשטח קבוע ושווה ל- $\frac{kq}{r}$ ואכן, מטען יכול לעבור מנקודה לנקודה על פני המשטח ללא שינוי באנרגיה, כי בכל נקודות המשטח מאונך השדה החשמלי לפני המשטח. משטח שהפוטנציאל בכל נקודותיו קבוע, נקרא משטח שווה פוטנציאל. כאשר מציירים על גבי דף אפשר לצייר רק את החתך של משטח שווה פוטנציאל ומתקבל קו שווה פוטנציאל (תרשים 4.18). ניתן לערוך מיפוי של שדה חשמלי על ידי ציור קוים שווי פוטנציאל בשדה, בדיוק כפי שאפשר לתאר מבנה שטח במפה טופוגרפית בעזרת קווי גובה (ובאמת קווי גובה הם שווי-פוטנציאל). ברור, כי קווי השדה החשמלי מאונכים לקווים שווי-פוטנציאל.



תרשים 4.18: משטחים שווי-פוטנציאל

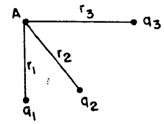
אולם קוים שווי-פוטנציאל קל יותר לחשב מקווי שדה, בגלל ההבדל החשוב באופי המושגים.

בעוד עוצמת השדה החשמלי היא גודל וקטורי, הפוטנציאל החשמלי (אנרגיה ליחידת מטען). הוא גודל סקלרי (תרשים 4.19).



תרשים 4.19

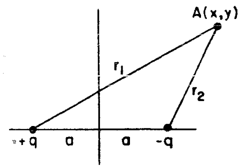
כדי למצוא את השדה הנוצר על ידי מספר מטענים, יש צורך בחיבור וקטורי של השדות החלקיים. אולם כדי למצוא את הפוטנציאל הנוצר ע"י מספר מטענים בנקודה מסויימת, מספיק לחבר חיבור אלגברי את הפוטנציאלים שכל אחד מהמטענים יוצר באותה הנקודה (תרשים 4.20).



תרשים 4.20

$$V_A = k \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

דוגמה לחישוב קווים שווי פוטנציאל



נניח שהמרחק בין שני מטענים +q ו- -q הוא ב- 2a. בנקודה A בעלת שיעורים (x ,y) יהיה הפוטנציאל:

$$V(x\ ,y) = \frac{kq}{r_1} - \frac{kq}{r_2}$$

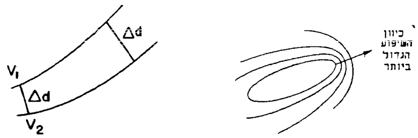
$$V(x,y) = kq\left(\frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}\right)$$

קו שווה פוטנציאל יבוטא על ידי המשוואה:

$$V(x,y) = kq\left(\frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}}\right) = \text{קבוע} = V$$

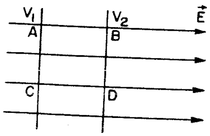
ניתן לצייר עבור כל V רצוי את הקו המתאים בעזרת נקודות, ועל ידי כך למפות את השדה.

צפיפות של קוים שווי פוטנציאל מלמדת על עוצמת השדה במקום. ככל ששינוי מסוים בפוטנציאל יעשה לאורך דרך Δd קצרה יותר, תהיה עוצמת השדה גדולה יותר, (כי בקירוב, עבור ΔV קטן, ניתן לכתוב $\Delta V = \vec{E}\cdot\Delta\vec{d}$).



תרשים 4.21

באופן דומה, קל לראות במפה טופוגרפית את כיוון השיפוע הגדול ביותר, כמקום בו קווי הגובה צפופים ביותר (תרשים 4.21).



תרשים 4.22

ראינו כבר קודם, כי כאשר קווי השדה מקבילים השדה אחיד, כלומר עוצמת השדה קבועה. בגלל חוק גאוס, עוצמת השדה לא משתנה לאורך קווי השדה. (די להציב תיבה לאורך קווי השדה כדי להשתכנע בכך). נראה עתה כי בשדה אחיד גם בכיוון מאונך לקווי השדה אין שינוי בעוצמה. נעביר שני משטחים שווי פוטנציאל, שהם מישורים במקרה זה (תרשים 4.22). הנקודות A ו-C הן בפוטנציאל V_1, הנקודות B ו-D בפוטנציאל V_2. $V_A - V_B = V_C - V_D$ אולם AB = CD.

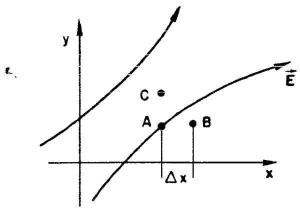
יוצא: $E_{AB} = E_{CD}$

לכן אם מסרטטים, כפי שעושים זאת בספרים רבים, קווי שדה צפופים יותר ככל שעוצמת השדה גדולה יותר, יש להקפיד לשרטט קווי שדה מקבילים במרחקים שווים זה מזה.

הערה: משטח מוליך בשדה חשמלי הוא כמובן משטח שווה פוטנציאל, כי מצאנו קודם שבמצב שיווי משקל קווי השדה תמיד מאונכים לו.

4.6 השדה-גרדיאנט הפוטנציאל

נתאר לעצמנו שדה חשמלי $\vec{E}$. שתי נקודות A ו-B קרובות בשדה, ונשרטט מערכת צירים כך ש- AB מקביל לציר x (תרשים 4.23). הפרש הפוטנציאל בין A ו-B הוא עבודת השדה לאורך הקטע $\Delta x = AB$.



תרשים 4.23

$$\Delta V = -\vec{E}\cdot\Delta\vec{x}$$

(הסימן מינוס נובע מכך, שהשינוי בפוטנציאל הוא שלילי אם עבודת השדה היא חיובית).

המכפלה הסקלרית $\vec{E}\cdot\Delta\vec{x}$ מוגדרת כמכפלה של Δx ברכיב E_x, ולכן:

$$\Delta V = -E_x\cdot\Delta x$$

$$E_x = \frac{-\Delta V}{\Delta x}$$

כמובן זהו השדה הממוצע בין A ו-B. שדה זה יהיה קרוב יותר לערך השדה ב-A, ככל שהנקודה B תהיה קרוב יותר ל-A. בצורה מדוייקת, נוכל לכתוב:

$$E_x = -\lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta V}{\Delta x}$$

אילו היה הפוטנציאל תלוי ב-x בלבד, כלומר משתנה רק בכיוון x, היינו כותבים את הגבול $\frac{dV}{dx}$. אולם V הוא פונקציה של x ו-y (וכמובן בדרך כלל גם ב-z. אולם לשם פשטות נסתפק בשני ממדים). כדי להדגיש ש-V הוא פונקציה של שני משתנים, ואנו גוזרים רק לפי אחד מהם כאשר השני נחשב לקבוע, כותבים:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$ (קוראים $\frac{\partial V}{\partial x}$ הנגזרת החלקית של V לפי x)

באופן דומה לחלוטין (על ידי בחירת נקודה C כך שציר ה-y מקביל ל-AC) ניתן לראות כי:

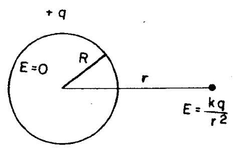
$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

מבטאים את העובדה, שרכיבי וקטור עוצמת השדה הם הנגזרות החלקיות המתאימות של הפוטנציאל, באומרנו כי השדה החשמלי הוא גרדיאנט הפוטנציאל (גרדיאנט = שיפוע בלע"ז).

4.7 הפוטנציאל והקיבול של כדור מוליך

ניקח כדור מוליך בעל רדיוס R, טעון במטען q. כזכור, השדה מחוץ לכדור, במרחק r ממרכז הכדור, הוא:

$$E = \frac{kq}{r^2}$$



תרשים 4.24: עוצמת השדה החשמלי בתוך כדור מוליך טעון ומחוצה לו.

בעוד שבפנים הכדור השדה הוא אפס. מהו הפוטנציאל מחוץ לכדור, על פני הכדור ובפנים הכדור? מחוץ לכדור, הפוטנציאל שווה לזה הנוצר על ידי מטען q במרכז הכדור, כלומר:

$$V = \frac{kq}{r}$$

על פני הכדור, $r = R$, ולכן הפוטנציאל הוא:

$$V = \frac{kq}{R}$$

בפנים הכדור, אם השדה הוא אפס, אין שינוי בפוטנציאל (אם הנגזרת אפס, הפונקציה קבועה). הפוטנציאל בכל הנקודות הפנימיות של הכדור הוא קבוע, ושווה לזה שעל פני הכדור $V = \frac{kq}{R}$.

נוכל איפוא לדבר על פוטנציאל של כדור טעון, מבלי לציין באיזה נקודה, כי לכל נקודות הכדור, על פניו ובפנים, אותו הפוטנציאל. פוטנציאל הכדור:

$$V = \frac{kq}{R}$$

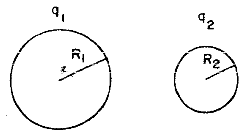
הפוטנציאל קשור לקיבול ולמטען לפי הנוסחה:

$$V = \frac{q}{C}$$

ומכאן נובע כי קיבולו של כדור נתון על ידי הנוסחה:

$$C = \frac{R}{k}$$

מסתבר איפוא כי הוא פרופורציוני לרדיוס הכדור. אם נקח שני כדורים רחוקים בעלי רדיוסים R_1 ו-R_2, שמטעניהם q_1 ו-q_2 (תרשים 4.25) יהיו הפוטנציאלים שלהם:

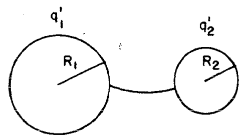


תרשים 4.25

$$V_1 = \frac{kq_1}{R_1} \qquad V_2 = \frac{kq_2}{R_2}$$

אם נחבר את הכדורים בתייל מוליך, או ניצור מגע ביניהם (תרשים 4.26), ישתנו הפוטנציאלים שלהם (משטח מוליך הוא משטח שווה פוטנציאל). הווה אומר, מטען מסויים Δq יעבור מכדור בעל הפוטנציאל הגבוה אל הכדור בעל הפוטנציאל הנמוך. אם המטענים החדשים על כל כדור הם q_1' ו- q_2' נוכל לכתוב:

$$V = \frac{kq_1'}{R_1} = \frac{kq_2'}{R_2}$$



תרשים 4.26

מכאן:

$$kq_1' = VR_1$$

$$kq_2' = VR_2$$

$$k(q_1' + q_2') = V(R_1 + R_2)$$

מחוק שימור המטען נובע:

$$q_1' + q_2' = q_1 + q_2$$

לכן:

$$k(q_1 + q_2) = V(R_1 + R_2)$$

היות ובתחילה היה:

$$V_1 = \frac{kq_1}{R_1} \qquad V_2 = \frac{kq_2}{R_2}$$

נובע:

$$kq_1 = V_1R_1 \qquad kq_2 = V_2R_2$$

$$V = \frac{V_1R_1 + V_2R_2}{R_1 + R_2}$$

באופן כללי יותר, אותו סוג חשבון מראה כי אם מחברים שני גופים בעלי קיבולים C_1 ו-C_2 ופוטנציאלים, V_1 ו-V_2, יהיה פוטנציאל המשותף V:

$$V = \frac{V_1C_1 + V_2C_2}{C_1 + C_2}$$

נוסחאות אלה מראות כי הפוטנציאל המשותף הוא הממוצע המשוקלל של פוטנציאלי הגופים, ולפיהן הפוטנציאל הסופי קרוב יותר לפוטנציאל התחילתי של הגוף בעל הקיבול הגדול ביותר. לדוגמה, אם מחברים שני כדורים בעלי רדיוסים 1 ס"מ ו-5 ס"מ ופוטנציאלים 5000V ו- 1000V בהתאמה, יהיה הפוטנציאל הסופי:

$$V = \frac{5000\times1 + 1000\times5}{1 + 5} = 1670 \text{ V}$$

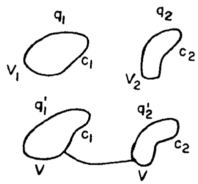
וזה קרוב יותר לפוטנציאל של הכדור הגדול.

4.8 פוטנציאל האדמה-אפס

נחזור לשני גופים בעלי מטענים q_1 ו- q_2, קיבולים C_1 ו- C_2 ופוטנציאלים V_1 ו- V_2 בהתאמה. אם נחברם, יהיה הפוטנציאל המשותף:

$$V = \frac{q_1'}{C_1} = \frac{q_2'}{C_2}$$

כאשר q_1' ו- q_2' מטעני הגופים לאחר החיבור (תרשים 4.27).

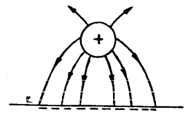


תרשים 4.27

מכאן נובע כי המטען הכולל מתחלק בין הגופים ביחס ישר לקיבוליהם. (ובמקרה של כדורים - ביחס ישר לרדיוסיהם) אם אחד הגופים יהיה בעל קיבול גדול מאוד בהשוואה לשני, יהיה הפוטנציאל הסופי המשותף קרוב מאוד לפוטנציאל התחלתי של הגוף הגדול הזה. כמו כן, רוב המטען יעבור אליו. האדמה היא גוף, שרדיוסו גדול מאוד, אינסופי למעשה, ביחס לממדים של גוף כלשהו על פניו. אם נחבר גוף כזה, טעון, אל האדמה, יעבור איפוא כל מטען הגוף למעשה לאדמה, ופוטנציאל האדמה לא ישתנה מכך. אולם הגוף המחובר לאדמה הוא בפוטנציאל אחד איתה, ואם הוא נשאר בלתי טעון הפוטנציאל שלו אפס. המסקנה, איפוא, שפוטנציאל האדמה הוא אפס, ואינו משתנה.

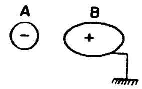
בכל הדיון הקודם הנחנו כי האדמה עצמה היא גוף בלתי טעון. אמנם מתברר כי הנחה זו אינה נכונה לגמרי, אך היא בכל זאת מוצדקת לכל הצרכים המעשיים. מכיון שניתן למדוד הפרשי פוטנציאלים בלבד, נוח מאוד לייחס את הפוטנציאלים של גופים שונים לאדמה, בהיותה בעלת פוטנציאל קבוע.

4.9 הפוטנציאל של גוף בקירבת האדמה



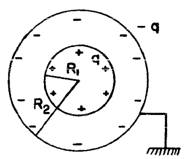
תרשים 4.28

אם נקרב גוף טעון לאדמה, הוא ישרה באיזור האדמה הקרוב מטען מנוגד למטענו הוא (תרשים 4.28) באופן דומה, אם נקרב אל גוף A טעון גוף שני B מאורק, גוף B יטען מטען מנוגד למטען גוף A (תרשים 4.29) כפי שראינו בפרק ג'.



תרשים 4.29

גוף A היה בפוטנציאל מסוים, לפני שקורב גוף B. עתה גם גוף B יוצר פוטנציאל סביבו, בהיותו טעון, והפוטנציאל של A ישפע מזה. היות ופוטנציאלים מתחברים באופן אלגברי, והפוטנציאל שגוף B יוצר ב-A מנוגד בסימנו לפוטנציאל של A לבדו, יהיה הפוטנציאל החדש של A קטן יותר בערך מוחלט מהפוטנציאל הקודם שלו. המסקנה היא איפוא: הערך המוחלט של פוטנציאל גוף טעון יורד כאשר הוא נמצא בקרבת האדמה או בקרבת גוף מוליך מאורק כלשהו.



תרשים 4.30

נדגים זאת במקרה פשוט בו ניתן לחשב את הפוטנציאל החדש. אם נקח כדור בעל רדיוס R_1, ונטען אותו במטען q, יהיה הפוטנציאל שלו $V = \frac{kq}{R_1}$ אם הוא רחוק מכל גוף מוליך. אם "נעטוף" כדור זה בכדור מוליך מאורק בעל אותו מרכז ורדיוס R_2 (תרשים 4.30), יהיה הפוטנציאל החדש של הכדור הפנימי קטן יותר. ואמנם, הפוטנציאל של הכדור הפנימי לבדו הוא:

$$V_1 = \frac{qk}{R_1}$$

על הכדור החיצוני מושרה מטען q-, והפוטנציאל שכדור זה לבדו יוצר בתוכו הוא:

$$V_2 = \frac{-kq}{R_2}$$

הפוטנציאל הכולל של הכדור הפנימי, עם הכדור החיצוני סביבו, יהיה איפוא:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{kq}{R_1} - \frac{kq}{R_2} = kq(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

ניתן להבין את הבעיה בגישה שונה במקצת. הכדור החיצוני המאורק, למרות היותו טעון, אינו יוצר שום שדה בתוכו (משפט גאוס) ולכן השדה סביב הכדור פנימי נשאר כקודם. בשדה זה, מצאנו לפני כן כי הפרש הפוטנציאל בין שתי נקודות נתון על ידי הנוסחה:

$$V_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{r} = kq(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B})$$

במקרה שלנו, הפרש הפוטנציאל בין הכדור הפנימי לחיצוני יהיה:

$$V_1 - V_2 = kq(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

היות והכדור החיצוני מאורק, $V_2 = 0$, ולכן פוטנציאל הכדור הפנימי הוא:

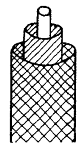
$$V = kq(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$$

זהות התוצאות בשתי הגישות מוכיחה בדיעבד את ההנחה כי המטען המושרה על הכדור החיצוני שווה בערכו המוחלט למטען המשרה.

תרגילים

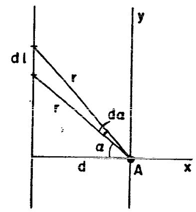
1. השתמש בחוק גאוס כדי לחשב את עוצמת השדה במרחק d מתייל אינסופי טעון. הנח כי צפיפות המטען (כמות המטען ליחידת אורך של התיל) היא σ.
רמז: העבר "משטח גאוסי" בצורת גליל סביב התיל.

2. כבל "קואקס" (coaxe) עשוי מתייל מתכת, חומר בידוד סביבו, ורשת מתכתית מאורקת מסביב לבידוד.



א) מה התפקיד של הרשת המאורקת?
ב) האם הרשת משנה את השדה החשמלי שהתייל הפנימי הטעון יוצר סביבו? האם הבידוד משנה שדה זה? אם כן, כיצד?

3. אפשר לחשב את עוצמת השדה סביב תייל אינסופי טעון גם בלי חוק גאוס, בעזרת חשבון אינטגרלי. סדרת השאלות הבאות תעזור לך לבצע חישוב זה



א) אם צפיפות המטען על התייל היא σ, כמה מטען יש באלמנט אורך של התייל $d\ell$?
ב) אם אפשר לראות מטען זה כנקודתי ($d\ell$ קטן מאוד), מה עוצמת השדה שהוא יוצר ב-A? מה כיוונו?
ג) מטעמי סימטריה, הרכיבים dE_y של השדות האלמנטריים יתבטלו. מה הרכיב dE_x של השדה ש-$d\ell$ יוצר ב-A?
ד) השתמש במשפט הסינוסים כדי לבטא את $d\ell$ על פי r ו- $d\alpha$.
(זכור כי, עבור $d\alpha$ קטן מאוד, $\sin(d\alpha) = d\alpha$)
ה) בטא את r באמצעות d ו- α. עתה הגעת לביטוי של dE_x בעזרת σ, d, α ו- $d\alpha$. מה הגבולות עבור α?
ו) בצע את האינטגרל, והשווה את התוצאה אליה הגעת עכשיו עם זו של תרגיל מס' 1.

4. שני מטענים נקודתיים $q_1 = 5\times10^{8}C$, $q_2 = 2\times10^{-8}C$, הנמצאים במרחק 5 ס"מ זה מזה, מתרחקים למרחק 50 ס"מ זה מזה. בכמה השתנתה האנרגיה הפוטנציאלית המשותפת שלהם?

5. חלקיק α (גרעין של הליום, בעל 2 מטענים יסודיים ו-4 יחידות מסה אטומיות) מתקרב היישר לקראת גרעין זהב (79 מטענים יסודיים, 197 ימ"א), באנרגיה של 2MeV $(1\ MeV = 10^6 eV = 10^6\times1.6\times10^{-19}J)$.
עד איזה מרחק מגרעין הזהב יוכל להתקרב החלקיק α. (הנח כי גרעין הזהב קבוע במקומו).

6. שני מטענים נקודתיים שווים q נמצאים במרחק r זה מזה.
א) האם קיימת נקודה על הקו המחבר אותם, בה הפוטנציאל הוא אפס? (חוץ מאינסוף) אם כן, מהי?
ב) האם קיימת נקודה על אותו קו, בה הפוטנציאל מינימלי? אם כן, מהי?
ג) מה הפירוש הפיסקלי של הביטוי "פוטנציאל מינימלי"? מה קורה למטען בוחן בנקודה כזו?

7. א) שני מטענים, $+q$ ו- $-q'$ נמצאים במרחק d זה מזה. מצא את הנקודות, על הקו המחבר את המטענים, בהן הפוטנציאל אפס.
ב) חשב עבור $q = 5\times10^{-8}C$ $q' = 2\times10^{-8}C$ $d = 14cm$.
ג) האם יש במישור נקודות נוספות בהן הפוטנציאל הוא אפס? מה המקום הגיאומטרי שלהן?
ד) מהו מקום גיאומטרי זה במרחב?

8. הסתמך על שאלה 2, ומצא את הפרש הפוטנציאל בין התייל הפנימי, בעל קוטר a, ובין הרשת החיצונית, שקוטרה b. (התייל טעון בצפיפות σ).
א) במקרה שהמקדם הדיאלקטרי של הבידוד הוא 1.
ב) במקרה שהמקדם הדיאלקטרי של הבידוד הוא ε.

<u>הערה:</u> יש להשתמש בחשבון אינטגרלי על פי $\Delta V = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$

9. מצא את הקיבול לכל מטר של כבל "קואקס" על פי התוצאה של שאלה 8.

10. א) מה הפוטנציאל של כדור בעל רדיוס 5 ס"מ, אם הוא טעון מטען $q = 8\times10^{-8}C$.
ב) מה האנרגיה הפוטנציאלית שלו?

<u>הערה:</u> יש להבחין היטב בין האנרגיה הפוטנציאלית של גוף בודד טעון. $U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$, ובין האנרגיה הפוטנציאלית ההדדית של שני גופים טעונים $U = \frac{kq_1q_2}{r}$ הנובעת מהאיטראקציה ביניהם.

11. שני כדורים A ו- B מרוחקים זה מזה. רדיוסו של A 5 ס"מ, ושל B 10 ס"מ. שניהם טעונים מטען $q = 5\times10^{-8}C$. מחברים את הכדורים בעזרת תיל מוליך.

א) מה הפוטנציאל, ומה האנרגיה הפוטנציאלית של כל כדור לפני החיבור.

ב) מה הפוטנציאל, ומה האנרגיה הפוטנציאלית של כל כדור אחרי החיבור?

ג) כמה מטען זרם, ובאיזה כיוון?

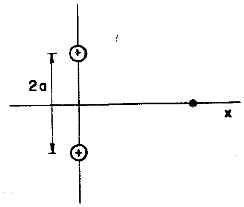
ד) האם סכום האנרגיות אחרי החיבור שווה לזה שלפני החיבור? אם לא, מה ההפרש?

ה) חשב את מחצית המכפלה של כמות המטען שזרם, בהפרש הפוטנציאל ההתחלתי, מה המסקנה?

ו) הוכח כי: $\frac{1}{2} V\cdot\Delta q = \Sigma U_1 - \Sigma U_2$

12. כאשר מביאים שני כדורים טעונים אותו סוג מטען קרוב מאוד זה לזה, כוח הדחיה הופך לכוח משיכה. באר את התופעה.

13. הסבר מדוע מטען חיובי ינוע תמיד בכיוון הפוטנציאלים היורדים, ומטען שלילי בכיוון הפוטנציאלים העולים.



14. א) שני מטענים +q נמצאים במרחק 2a זה מזה. מה הפוטנציאל בנקודה לאורך האנך האמצעי לקו המחבר אותם?

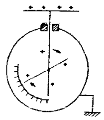
ב) מחליפים את אחד המטענים במטען הנגדי לו. מה הפוטנציאל בנקודה לאורך האנך האמצעי הנ"ל?

ג) מה עוצמת השדה בשני המקרים, לגבי $x >> a$?

15. שני גופים, בעלי מסות $m_1 = 2gr$ $m_2 = 5gr$, טעונים מטענים $q_1 = 5\times10^{-8}C$ $q_2 = 2\times10^{-8}C$. מקרבים אותם עד מרחק 5 ס"מ זה מזה, ומשחררים אותם. הגופים נעים ללא חיכוך. מה האנרגיה הקינטית של כל אחד מהגופים במרחק גדול זה מזה?

16. אלקטרוסקופ הוא מתקן בו גולה מתכתית או דיסקית מתכת, מחוברת חיבור מוליך אל זוג עלים מתכתיים.

לפעמים שני העלים חופשיים לנוע, לרוב אחד מהם קבוע והשני, קל מאוד, יכול להסתובב סביב ציר הקבוע בעלה הראשון. העלים נמצאים (ראה תרשים) בתוך גליל מתכת מאורק.



כאשר נטענת הדיסקית, מתרחק העלה הנייד מהקבוע. אם יש לאלקטרוסקופ סקלה, קוראים לו גם אלקטרומטר. ומה מודדת סטית העלה? מה תפקיד גליל המתכת סביב העלים? כיצד ניתן לכייל אלקטרוסקופ?

17. א) אם מקרבים דיסקית מתכת מבודדת אל הדיסקית של אלקטרוסקופ טעון, יורד במקצת עלה האלקטרוסקופ, מדוע?

ב) אם דיסקית המתכת המקורבת מאורקת, יורד העלה הרבה יותר, מדוע?

18. אלקטרוסקופ נטען בפוטנציאל של 1500V. כאשר מביאים במגע אתו כדור בעל רדיוס 2 ס"מ בלתי טעון, יורד הפוטנציאל ל- 900V. מה קיבול האלקטרוסקופ? בהמשך, מנתקים את הכדור מן האלקטרוסקופ, מביאים במגע אם האלקטרוסקופ גוף בלתי טעון, והפוטנציאל של האלקטרוסקופ יורד ל- 300V. מה קיבול הגוף?

19. א) כדור שרדיוסו 5 ס"מ נטען בפוטנציאל של 5000V. מה הפוטנציאל ומה עוצמת השדה בנקודה הנמצאת 20 ס"מ ממרכז הכדור?

ב) עוטפים את הכדור בכדור שני, שרדיוסו 10 ס"מ קונצנטרי לראשון, ומבודד מכל. מה עתה V ו- E בנקודה הקודמת?

ג) מחברים את הכדור הפנימי לחיצוני. מה כעת V ו- E באותה הנקודה?

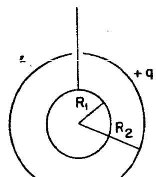
ד) בהמשך לחלק ב', מה יהיו V ו- E בנקודה הנ"ל אם הכדור החיצוני יאורק?

20. כדור שרדיוסו 5 ס"מ טעון בפוטנציאל של 2000V. עוטפים אותו בכדור מאורק שרדיוסו 8 ס"מ. מה הפוטנציאל החדש של הכדור הפנימי? (הפרש הפוטנציאל בינו ובין הכדור החיצוני, הנמצא בפוטנציאל אפס). מה הקיבול של מערכת שני הכדורים?

21. א) מה הקיבול של מערכת שני כדורים בעלי רדיוסים R_1 ו- R_2. שהחיצוני שבהם מאורק?

ב) מה הצורה של הנוסחה, אם מניחים כי $R_1 \approx R_2 = R$, $R_2 - R_1 = d$?

22. נתונים שני כדורים קונצנטריים מוליכים ומבודדים זה מזה, בעלי רדיוס R_1 ו- R_2. הכדור החיצוני טעון במטען $+q$ והפנימי בלתי טעון.



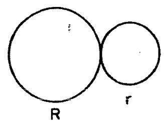
א) מה הפוטנציאל של הכדור החיצוני?

ב) מה הפוטנציאל של הכדור הפנימי?

ג) מחברים את הכדור הפנימי לאדמה (הארקה), האם הוא יטען? אם כן, מה גודלו וסימנו של המטען בו יטען?

(רמז: ברגע שמחברים את הכדור הפנימי לאדמה, יהיה הפוטנציאל שלו - אפס).

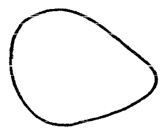
23. שני כדורים, בעלי רדיוס r ו- R, נוגעים זה בזה וטעונים.



א) כיצד מתחלק המטען ביניהם?

ב) מה יחס צפיפויות המטען של הכדורים? על איזה כדור צפוף המטען יותר?

ג) אם יהיה גוף טעון בעל צורה כמו בציור, איפה תהיה צפיפות המטען גדולה יותר? איפה יהיה השדה בקרבת הגוף גדול יותר?



ד) הסבר מדוע גופים בעלי חודים מאבדים מטענים מהר?

פרק ה': השדה המגנטי - $\vec{B}$

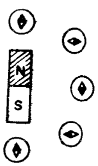
5.1 מבוא

המצפן, כידוע, מצביע על הכיוון צפון - דרום. אם נטה את המחט המגנטית שבו ממצבה הרגיל היא תחזור אליו. אם נביא את המצפן לקרבה מגנט חזק, תסתדר המחט המגנטית בכיוון שונה בדרך כלל, התלוי במקומו של המצפן יחסית למגנט. אומרים כי שדה מגנטי משפיע על מחט מגנטית, והכיוון שלאורכו מסתדרת המחט המגנטית מוגדר ככיוון השדה המגנטי במקום (תרשים 5.1). הקצה של המחט המגנטית הפונה לצפון נקרא הקוטב הצפוני של המחט, והקצה השני נקרא הקוטב הדרומי. מגמתו של השדה המגנטי שכיוונו הוא כיוון המחט, מוגדרת מהקוטב הדרומי של המחט אל הקוטב הצפוני שלה.



תרשים 5.1

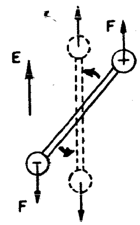
כל מגנט חפשי מתנהג כמו מחט מגנטית בשדה המגנטי. אם, לדוגמה, ניקח מגנט מוט ונצמיד אותו לפקק שעם באופן שיצוף על פני מים, יסתובב המגנט ויצביע על הכיוון צפון-דרום של השדה המגנטי הארצי. המחט המגנטית של מצפן אינה אלא מגנט בעל צורה נוחה, המסתובב על ציר כמעט ללא חיכוך. כאשר מניחים מצפן במקומות שונים בקרבת מגנט מוט, רואים כי כיוון השדה המגנטי שנוצר על ידי מגנט זה הוא מן הקוטב הצפוני שלו אל הדרומי (תרשים 5.2). את העובדה הזו נוהגים לפעמים לבטא באימרה: "קטבים מגנטיים בעלי אותו שם דוחים זה את זה, בעוד קטבים שונים מושכים זה את זה".



תרשים 5.2: השדה המגנטי בקירבת מגנט מוט

אימרה זו מזכירה לנו את חוק המשיכה והדחיה בין מטענים חשמליים. אולם יש להזהר כאן מן הרושם המוטעה שעלול להתעורר: עד היום לא הצליחו לבודד קוטב מגנטי, ויש כאן שוני גדול לעומת המטען החשמלי. אם נחתוך מגנט לשניים, נקבל שני מגנטים בעלי שני קטבים כל אחד, וגם אם נמשיך לחלק כל אחד מן החלקים שנתקבלו קודם הלוך וחלק, לא נגיע לקוטב בודד אלא לזוג קטבים. גם החלקיקים היסודיים המוכרים לכם, אלקטרונים, פרוטונים וניוטרונים, הנם מגנטים זעירים "שלמים", כלומר בעלי שני קטבים. המלים "קוטב מגנטי" דומות איפוא למלים "קצה של חוט", במובן זה שלא ניתן כמובן לקבל חוט בעל קצה אחד בלבד.

חלקיק טעון חופשי ינוע בשדה חשמלי אחיד בהשפעת השדה. אולם מגנט חפשי לא יועתק ממקום למקום בשדה מגנטי אחיד, כמו השדה המגנטי הארצי בתחום החדר למשל, ורק יסתובב עד שיסתדר לאורך כיוון השדה. התנהגות זו דומה להתנהגות של מטענים חשמליים מנוגדים ושווים בערך מוחלט בקצותיו של מוט: הכוחות המנוגדים שהשדה החשמלי מפעיל על המטענים הינם בעלי עוצמה שווה, וגורמים לסיבוב המוט עד אשר הם מתבטלים, כי הם פועלים על קו ישר (תרשים 5.3). לצמד מטענים חשמליים כאלה קוראים דיפול (דו-קוטב) חשמלי, ומתוך אנאלוגיה קוראים גם למגנט דיפול (דו-קוטב) מגנטי. אולם שוב נדגיש שבעוד אנו מכירים מטענים חשמליים בודדים, אין אנו יודעים על קיומם של קטבים מגנטיים בודדים, כי אם רק על דיפולים מגנטיים.

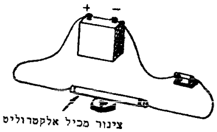


תרשים 5.3: דיפדל חשמלי בשדה חשמלי

5.2 שדות מגנטיים של מגנטים וזרמים

כבר למדת שאחת התופעות החשובות של הזרם החשמלי היא השפעה על מחט מגנטית, כלומר יצירת שדה מגנטי. מחט מגנטית בקרבת תייל שזורם בו זרם סוטה ומסתדרת לפי כיוון מסויים, בדיוק כפי שהיא עושה זאת בשדה מגנטי של מגנט קבוע. לא ניתן להבחין על פי תנועת המחט, אם השדה המגנטי נוצר על ידי מגנט או על ידי זרם חשמלי. עובדה זו נתגלתה, כמעט באקראי, על ידי הפיסיקאי הדני ארסטד (Oersted) בתחילת המאה ה-19, וקשרה במפתיע את זרימת המטענים עם מגנטיות, כאשר שתי תופעות אלה נחשבו עד אז כבלתי תלויות לחלוטין.

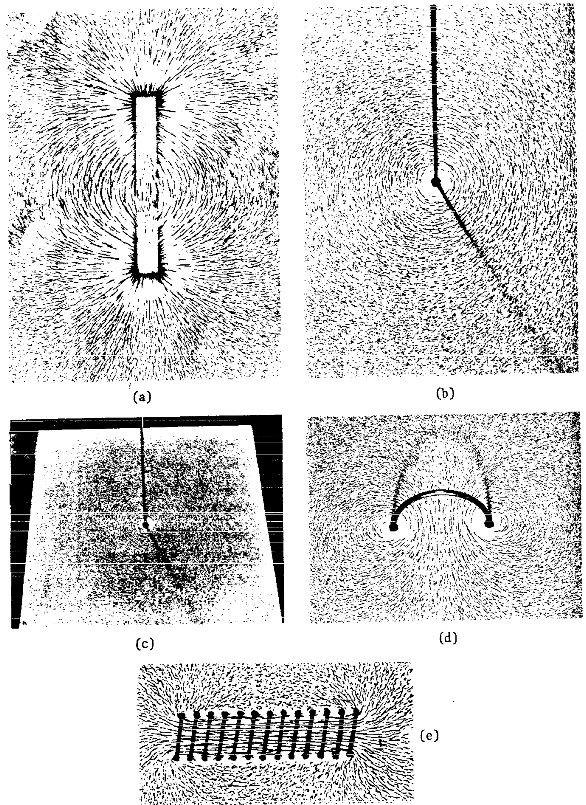
מן הניסויים שבצעת בלימודי הפיסיקה בעבר נובע שאין זה חשוב מה סוג המטענים הנעים: קיים אותו שדה מגנטי בסביבת תייל בו זורמים אלקטרונים, ובקרבת הסוללה או אמבט אלקטרוליטי בו נעים יונים. בניסויים רבים שבוצעו הוכח כי כל מטען חשמלי בתנועה, ולאו דווקא זרם בתייל, מחולל שדה מגנטי; ואותו שדה מגנטי נוצר על ידי זרם של מטענים חיוביים בכיוון אחד או זרם שווה של מטענים שליליים בכיוון הנגדי. במלים אחרות, לא ניתן להבחין על פי השדה המגנטי הנוצר על ידי זרם חשמלי, מהו סימנם של המטענים הנעים המהווים את הזרם אם לא יודעים את כיוון תנועתם. (כמו בתייל מתכת או אמבט אלקטרוליטי).



תרשים 5.4

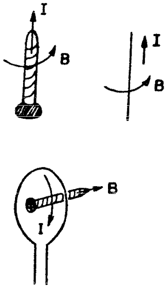
אפשר לתאר את צורתו של השדה המגנטי בעזרת קוים, בדומה לתיאור של השדה החשמלי. כיוונו המדוייק של השדה המגנטי בכל נקודה של המרחב בו הוא קיים נקבע על ידי כיוון מחט מגנטית קטנה באותה הנקודה. ניתן לקבל תמונה כוללת של כיוון השדה בנקודות רבות של המרחב על ידי פיזור אבקת ברזל במרחב זה. על פי תכונה ידועה של הברזל כל גרגיר של אבקת הברזל מתמגנט בהיותו בשדה המגנטי, והופך למגנט זעיר. הגרגירים של אבקת הברזל מסתדרים איפוא על נייר לאורך קווי שדה, אם נרעיד קצת את הנייר על מנת לאפשר לגרגירים לנוע עליו. מובאים כאן תצלומים של תבנית השדות המגנטים הנוצרים בתנאים שונים. התצלומים נעשו עבור זרמים גדולים מאוד, כדי שהשדות הנוצרים על ידי זרמים אלה לא יושפעו מהשדה המגנטי (הקטן יחסית אליהם) של כדור הארץ. (התצלומים מובאים בעמוד הבא).

בולט מיד ההבדל בין אופיו של השדה המגנטי ואופי השדה החשמלי, אותו הכרנו קודם. בעוד קוי השדה האלקטרוסטטי מתחילים במטען (חיובי) ונגמרים במטען (שלילי), קוי השדה המגנטי הינם קוים סגורים, ומקיפים את התייל בו תנועת המטענים יוצרת את השדה (ראה תצלומים בתרשים 5.5). אמנם קווי השדה של מגנטים קבועים נראים כמתחילים בקוטב הצפוני ונגמרים בקוטב הדרומי שלהם. ברם חקירת האיזור הפנימי של מגנט מראה, כי גם במקרה זה אינם נגמרים ב"קטבים" אלא נמשכים בפנים המגנט באותו הכיוון, ונסגרים. בתוך המגנט קווי השדה הולכים מהקוטב הדרומי לצפוני, באופן שתבנית השדה של מגנט מוט, למשל, דומה מאוד לתבנית השדה של סליל שזורם בו זרם חשמלי.

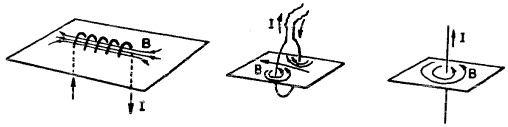


תרשים 5.5: צילומים של תבנית שדה מגנטי בעזרת אבקת ברזל.
(a) מגנט מוט. (b) זרם בתיל ישר וארוך.
(c) הסידור הכללי לקבלת (b). (d) זרם בלולאה.
(e) זרם בסלילונית.

קיימים הסכמים שונים המאפשרים לזכור את כיוון השדה המגנטי המעגלי סביב תיל ישר נושא זרם. הידוע ביותר הוא כלל הבורג: אם מסובבים את הבורג בכיוון השדה המגנטי, הוא מתקדם בכיוון הזרם. מהסתכלות בשרטוט קל להסיק, שכיוונו של השדה המגנטי במרכזה של לולאה נתון על ידי כלל דומה: בורג במרכזה של לולאה בה זורם זרם, מתקדם בכיוון השדה המגנטי אם מסובבים אותו בכיוון הזרם. אותו כלל נכון כמובן לכל סליל (תרשים 5.6).



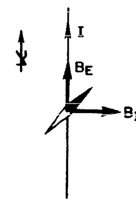
תרשים 5.6: כלל הבורג



תרשים 5.7

5.3 אופיו הוקטורי של השדה המגנטי

באיזה כיוון תסתדר מחט מגנטית במקום בו קיימים שני שדות מגנטיים שונים כגון השדה שנוצר על ידי זרם קטן בתיל והשדה המגנטי הארצי? הנסיון מראה כי המחט תסתדר באיזה שהוא "כיוון ביניים" בין כיווני השדות. כאשר מניחים מצפן מעל תיל נושא זרם שכיוונו צפונה, סוטה המחט מספר מעלות מזרחה (ראה תרשים 5.8). על המחט המגנטית פועלים במצב זה השדה הארצי צפונה, והשדה של הזרם מזרחה. (כלל הבורג). מידת הסטיה של המחט מן הצפון תלויה בעוצמת הזרם; ככל שהזרם בתיל גדול יותר, סטית המחט מזרחה ניכרת יותר.



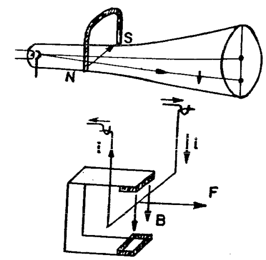
תרשים 5.8: השדה המגנטי הוא וקטור

התנהגות זו של המחט מתיישבת עם ההנחה כי השדות המגנטיים מתחברים כווקטורים. ואכן ניסויים מוכיחים כי שדה מגנטי הינו גודל ווקטורי, כמו השדה החשמלי. כיוונו של ווקטור זה כבר ידוע לנו בעזרת המצפן, ועלינו ללמוד עתה כיצד למדוד את עוצמתו.

5.4 השפעת שדה מגנטי על זרם, עוצמת שדה מגנטי

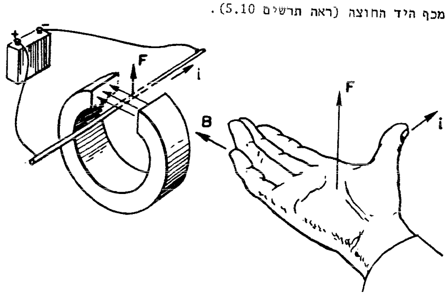
אם זרם חשמלי משפיע על מגנט באמצעות השדה המגנטי שלו, טבעי הדבר שבתגובה לכך ישפיע המגנט, באמצעות השדה המגנטי שלו, על הזרם. ואמנם ניצלנו בעבר את סיבובו של סליל נושא זרם בתוך שדה מגנטי כדי לבנות דגמים של מד-זרם ומנוע חשמלי. סיבובו של סליל בשדה מגנטי נובע מן העובדה, כי שדה מגנטי מפעיל כוח על תייל הנושא זרם חשמלי, ובאופן כללי על מטען חשמלי בתנועה. הדבר ניתן להדגמה פשוטה בעזרת שפופרת קתודית. בשפופרת כזו, אלקטרונים נפלטים על ידי קתודה חמה ומואצים על ידי אנודה בפוטנציאל חיובי יחסית לקתודה אל מסך פלואורסנטי בו הם יוצרים כתם ירוק. קירוב מגנט אל מסלול האלקטרונים גורם להטית האלומה ולתזוזת הכתם על המסך, כפי שקורה גם עם שדה חשמלי (ראה תרגיל 12 פרק ג'). ברם לעומת מה שקורה עם שדה חשמלי, אין הסטיה של האלקטרונים בכיוון השדה המגנטי, כי אם בכיוון מאונך לו ולכיוון התנועה של האלקטרונים.

אפשר להדגים את הכוח ששדה מגנטי מפעיל על תייל נושא זרם בעזרת תייל בצורת U תלוי באופן חפשי על שני ווים מוליכים. (ראה תרשים 5.9). התייל יכול לנוע רק ימינה או שמאלה. וכדי להזיז אותו יש צורך בשדה אנכי. היפוך כיוון הזרם או כיוון השדה גורם להיפוך כיוון הכוח. את כיוון הכוח על התייל מוצאים לפי הכלל הבא:



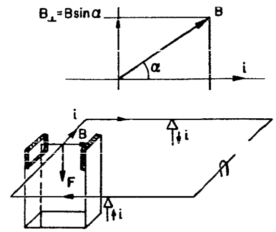
תרשים 5.9: הכוח שמפעיל שדה מגנטי על זרם מטענים

אם מניחים את אצבעות יד ימין בכיוון השדה, והאגודל בכיוון הזרם, כיוון הכוח הוא מכף היד החוצה (ראה תרשים 5.10).



תרשים 5.10: כלל היד הימנית

מה קורה אם כיוון השדה מקביל לכיוון התייל או לכיוון תנועת המטענים? הנסיון מראה כי במקרה זה לא פועל כוח על הזרם. אם השדה יוצר זוית α כל שהיא עם הזרם, מתברר כי הכוח ממשיך להיות מאונך למישור המוגדר על ידי השדה והזרם, אך הוא קטן יותר מאשר במקרה שהשדה מאונך לזרם. זאת ניתן להבין על נקלה, אם נזכור כי שדה מקביל לזרם לא מפעיל עליו כוח. רק הרכיב של השדה $\vec{B}$ המאונך לזרם i, B_+, מפעיל כוח על הזרם, ולכן הכוח יהיה פרופורציוני ל-sinα (ראה תרשים 5.11).



תרשים 5.11: מאזני זרם

ניסוי במאזני זרם כפי שהם שמתוארים בתרשים 5.11, מראה כי גודל הכוח פרופורציוני גם לעוצמת הזרם בתיל, וכמו-כן לאורך התיל ℓ הנמצא בתחום השדה המגנטי. נוכל לסכם את כל התוצאות בנוסחה

$$F \propto i\ell\sin\alpha$$

כמובן, הכוח זה גדול יותר ככל שהשדה המגנטי חזק יותר לכן גם היחס $\frac{F}{i\ell\sin\alpha}$ גדול יותר, ככל שהשדה חזק יותר. היחס הזה הוא ההגדרה של עוצמת השדה המגנטי.

$$B = \frac{F}{i\ell\sin\alpha} \qquad (\text{השווה להגדרה } \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q})$$

באופן שהכוח F נתון בנוסחה

$$F = i\,\ell\,B\sin\alpha$$

היחידה לעוצמת השדה המגנטי תהיה בהתאם לכך,

$$[B] = \frac{N}{A\cdot m} = \text{Tesla} \qquad (T)$$

הטסלה הוא איפוא עוצמת השדה המגנטי המפעיל על כל מטר של תיל מאונך לשדה ונושא זרם של אמפר אחד, כוח בן ניוטון אחד. (הטסלה הוא שם חדש; מקודם היה השם המקובל $\frac{Weber}{m^2}$. ברוב הספרים עדיין מופיע שם זה).

כדאי להעיר שהטסלה הוא יחידה גדולה מאוד, ושדות מגנטיים רגילים הינם בסדר גודל של אלפית או מאית הטסלה. השדות המגנטיים הקבועים החזקים ביותר שהצליחו ליצור בעולם עד היום הינם בסדר גודל של 15T. קיימת יחידה שימושית מאוד, הנקראת גאוס, וסימנה G, השווה ל- 10^{-4} טסלה.

$$1\ G = 10^{-4}T$$

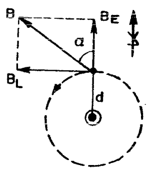
לדוגמה, השדה המגנטי שיצרנו לבנית מנוע החשמלי הוא בסדר גודל של 100 גאוס, והשדה המגנטי הארצי בסדר גודל של רבע גאוס.

5.5 השדה המגנטי בקירבת תיל ארוך מאוד

אין זה מעשי לנסות למדוד את עוצמת השדה המגנטי בקרבת תיל ישר ארוך בעזרת "מאזני זרם", משום שהשדה חלש מדי עבור עוצמות זרם שניתן להשיג במעבדת בית הספר (עד 5-6 אמפר בדרך כלל). אולם בזרמים כאלה, השדה המגנטי הנוצר במרחק מספר סנטימטרים מהתיל הוא בסדר הגודל של השדה המגנטי הארצי, ואפשר לנצל את העובדה ששדה זה קבוע בתחום רחב למדי (בכל החדר לבטח) כדי לגלות כיצד משתנה עוצמת השדה של התיל כפונקציה של עוצמת הזרם בו והמרחק ממנו.

ניקח תיל ארוך אנכי נושא זרם i (כלפי מעלה לדוגמא) ונניח, צפונית ממנו ובמרחק אופקי d, מצפן קטן. בהעדר זרם בתיל תצביע המחט על כיוון השדה המגנטי הארצי $\vec{B}_E$. כאשר זורם זרם i בתיל, הוא יוצר שדה מעגלי סביב התיל, ובמקום המצאו של המצפן, פונה שדה $\vec{B}_I$ זה מערבה בהתאם לכלל הבורג. המצפן יסטה בכיוון השדה השקול $\vec{B}$, היוצר זוית α עם כיוון הצפון (תרשים 5.12). קיים:

$$B_I = B_E\, tg\alpha$$



תרשים 5.12: השדה המגנטי בקירבת זרם בתיל ישר

ולכן B_I פרופורציוני ל- tgα. אפשר איפוא לשנות את i ואת d, ולמצוא כיצד tgα משתנה, כדי לגלות את הקשר בין B_I ובין פרמטרים אלה (i ו- d). מביצוע הניסוי מתברר כי,

$$B \propto \frac{i}{d}$$

נוסחה זו, הידועה בשם חוק ביו-סבר (Biot - Savart) מזכירה לנו את הנוסחה לעוצמת שדה חשמלי בקרבת תיל ישר טעון בצפיפות מטען σ. (תרגיל 1 פרק ד').

$$E = 2K\frac{\sigma}{d} \qquad (\text{K קבוע חוק קולון})$$

קיים דמיון בין שני החוקים. היות והנוסחה לשדה חשמלי נובעת מחוק קולון, הניח לפלס (Laplace) שקיים חוק יסוד דומה לחוק קולון עבור השדה המגנטי. על כך נרחיב בתרגילים. למען הדגשת הדמיון, נכתוב את הנוסחה לשדה מגנטי סביב תיל ישר בצורה

$$B = 2K'\frac{i}{d}$$

(K' - קבוע פרופורציה). הנוסחה תהיה שלמה כאשר נוכל למדוד בניסוי את K'. היות והמדידה הישירה של B בקרבת תייל ישר קשה היא, נפתח עתה צורה אחרת לחוק ביו-סבר, שתאפשר לנו לקבוע את הנוסחה לעוצמת שדה מגנטי בסליל. היות וזה ניתן למדידה ביתר קלות, נוכל להגיע אז לערכו של B.

5.6 ההקפה (circulation) של השדה המגנטי

ראינו שהשדה המגנטי בקרבת תייל ישר ארוך מאוד הוא

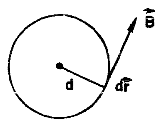
$$B = 2K'\frac{i}{d}$$

אם נכפיל את שני אגפי הנוסחה ב- $2\pi d$, נקבל

$$B \cdot 2\pi d = 4\pi K' i$$

האגף השמאלי הוא המכפלה של עוצמת השדה B בנקודה מסוימת, באורך המעגל המשיק לו בנקודה זו (תרשים 5.13). פגשנו כבר ביטוי דומה כאשר דיברנו על השדה החשמלי, האינטגרל של המכפלה הסקלרית של השדה החשמלי $\vec{E}$ באלמנט מסלול $d\vec{r}$ לאורך מסלול סגור: $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r}$. קראנו לביטוי זה ההקפה של השדה החשמלי.
הביטוי $B \cdot 2\pi d$ ניתן בוודאי לכתוב בצורה $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r}$ במקרה זה, כי ערכו של B קבוע לאורך המעגל, וקיים

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \cdot 2\pi d$$



תרשים 5.13

באופן זה נוכל לכתוב, במקרה ש- C הוא מעגל שמרכזו בתייל ומאונך לו, כי

$$\oint_C B \cdot dr = 4\pi K' i$$

לשם קיצור הכתיבה, נהוג לכתוב: $\mu_0 = 4\pi K'$, ולכן

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 i$$

בשאלת השאלה, אם נוסחה זו נכונה גם עבור מסלול C כלשהו. לגבי מסלול מישורי המקיף את הזרם i, קל להראות את הדבר. (ראה תרשים 5.14).
המכפלה $\vec{B} \cdot d\vec{r}$ היא המכפלה של $\vec{B}$ בהיטל של $d\vec{r}$ עליו. היטל זה שווה ל- $r \cdot d\alpha$.
נכתוב איפוא:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint B \cdot r \cdot d\alpha$$

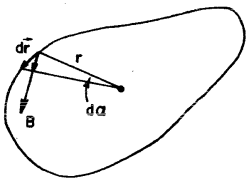
אולם היות וקיים

$$B = \frac{2K'i}{r}$$

יהיה בכל נקודה $Br = 2K'i$

ולכן $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint_C 2 \cdot K' \cdot i \cdot d\alpha$

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = 2K'i \oint_C d\alpha$$

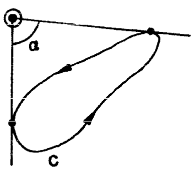


תרשים 5.14: חישוב ההקפה של שדה מגנטי

האינטגרל $\oint_C d\alpha$ אינו אלא הזוית המרכזית כולה סביב התייל, כלומר 2π. ומכאן

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = 4\pi K' i$$

עבור כל מסלול סגור המקיף את התייל. אם המסלול אינו מקיף שום זרם, והתייל נושא הזרם הוא מחוצה לו (תרשים 5.15), יהיה האינטגרל $\oint_C d\alpha$ שווה לאפס, משום שנסכם על פני הזווית α בשני הכיוונים המנוגדים בעוברנו על פני כל המסלול C. במקרה זה תהיה איפוא ההקפה של B לאורך C שווה גם היא לאפס.

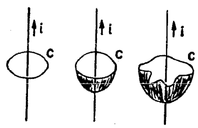


תרשים 5.15

ניתן להוכיח באופן כללי, כי יהיה המסלול C אשר יהיה, מישורי או לאו, הקפתו של B לאורכו שווה למכפלה של μ_0 בסכום האלגברי של הזרמים חודרים דרך משטח כלשהו המוגבל על ידי העקום C (תרשים 5.16)

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \cdot \Sigma i$$

ההוכחה של המשפט הכללי היא מעבר לתחום ספר זה. המשפט ידוע בשם חוק אמפר.



תרשים 5.16

נחזור ונזכור, כי לגבי שדה אלקטרוסטטי מצאנו:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

השוני בערך ההקפה של השדה המגנטי והשדה האלקטרוסטטי נובע מהשוני באופי שני השדות כפי שהדגשנו בתחילה. איפוס ההקפה של השדה האלקטרוסטטי נובע מהיות שדה זה בעל מקורות, כלומר מתחיל במטען ונגמר במטען. לעומת זאת, ערך הקפתו של השדה המגנטי סביב מטענים בתנועה קצובה (זרם קבוע) נובע מהיות השדה רוטציוני (מסתובב), כלומר בעל קוים סגורים. ההליכה לאורך מסלול סגור בשדה חשמלי תהיה בחלקה בכיוון השדה ובחלק השני נגד כיוון השדה. לעומת זאת ההליכה לאורך מסלול סגור המקיף זרם תהיה כולה בכיוון השדה או כולה נגד כיוון השדה.

ניקח משטח סגור כלשהו, כל קוי השדה המגנטי שיכנסו לתוכו ייצאו ממנו, כי קוים כאלה לא נגמרים. במלים אחרות, אם לגבי השדה החשמלי מצאנו שהשטף החשמלי דרך משטח סגור פרופורציוני לכמות המטען בו:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_o} \qquad \text{(חוק גאוס)}$$

אזי לגבי השדה המגנטי יהיה השטף המגנטי דרך משטח סגור שווה לאפס:

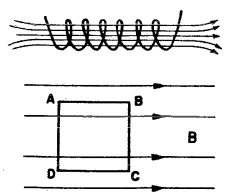
$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$$

ומשוואה זו מבטאה את העובדה כי לשדה מגנטי אין מקורות (אין קטבים מגנטיים בודדים).

5.7 השדה המגנטי האחיד; סילונית

בפרק הקודם הראינו כי שדה חשמלי אחיד נוצר בקרבת לוח גדול מאוד ("אינסופי") טעון, ובאופן מעשי השדה החשמלי בין שני לוחות טעונים גדולים וקרובים במידה מספקת (קבל לוחות) הוא שדה אחיד, להוציא את קרבת השפות של הלוחות.

נשאלת השאלה אם ניתן ליצור, באופן דומה, שדה מגנטי אחיד בתחום מוגבל של המרחב? מן החקירה של השדה המגנטי בתוך סליל בעזרת אבקת ברזל, כפי שעשינו בתחילת פרק זה, מתקבל הרושם שאכן שדה מגנטי זה אחיד הוא. ואמנם קוי השדה, כפי שמומחשים על ידי אבקת הברזל בסליל ארוך, הינם ישרים מקבילים, וזה מתחייב מטעמי סימטריה. ברם הוכחנו בפרק הקודם, שאם קוי שדה הם ישרים מקבילים, השדה הוא אחיד. נראה זאת פעם נוספת כאן: נתאר לעצמנו מסלול מלבני ABCD



תרשים 5.17: שדה מגנטי אחיד בסילונית.

בתחום הפנימי של הסליל, באופן ש-AB ו- CD יהיו מקבילים לקוי השדה (תרשים 5.17). היות ומסלול כזה לא מקיף שום זרם, ההקפה של השדה המגנטי לאורכו שווה לאפס: $\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{r} = 0$. ערך המכפלה $\vec{B}\cdot d\vec{r}$ הוא אפס לאורך הקטעים AD ו-BC כי הם מאונכים לשדה B. נשאר איפוא

$$\vec{B}_{AB}\cdot \vec{AB} + \vec{B}_{CD}\cdot \vec{CD} = 0$$

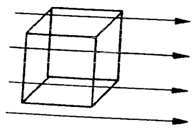
כלומר,

$$\vec{B}_{AB}\cdot \vec{AB} = \vec{B}_{CD}\cdot \vec{DC}$$

ולכן,

$$\vec{B}_{AB} = \vec{B}_{CD}$$

השדה לא משתנה לרוחבו של הסליל. הוא גם לא משתנה לאורכו, משום שאם נתאר לעצמנו תיבה לאורך קוי השדה (תרשים 5.18), השטף המגנטי $\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}$ הנכנס לפיאה השמאלית שווה לשטף $\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}$ היוצא מפיאה הימנית ($\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$), והשטחים השווים של הפיאות מחייבים עוצמת שדה שווה בשתיהן.

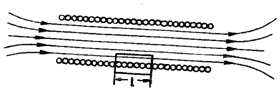


תרשים 5.18

כמובן מקבילות קוי השדה בסליל אינה מדוייקת כל עוד הסליל איננו בעל אורך "אינסופי". אולם כל סליל שאורכו גדול בהשוואה לקוטרו יוצר שדה מגנטי שהוא בקירוב טוב אחיד. על מידת הקירוב נדון בהמשך. סליל ארוך וצר נקרא סילונית (Solenoid).

5.8 עוצמת השדה המגנטי בסילונית

קל לראות בעזרת אבקת ברזל או מצפנים כי השדה המגנטי מחוץ לסילונית קרוב למרכזה חלש עד כדי כך שהוא ניתן להזנחה (בסילונית אינסופית הוא בדיוק אפס). נצייר מסלול מלבני קטן שאורכו ℓ, חלקו בפנים הסילונית וחלקו בחוץ (תרשים 5.19). המסלול הזה מקיף n ליפופים של הסליל. ההקפה של השדה המגנטי מצטמצמת למכפלה $B\ell$ לאורך הצלע הפנימית של המלבן. נוכל איפוא לכתוב



תרשים 5.19

$$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{r} = B\cdot\ell$$

אולם חוק אמפר קובע

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_0 \Sigma i$$

ומכאן

$$B\ell = \mu_0 \Sigma i = \mu_0 n i \qquad \text{(הזרם } i \text{ נכנס } n \text{ פעמים)}$$

$$B = \mu_0 i \frac{n}{\ell}$$

בשים לב כי $\frac{n}{\ell}$ הוא מספר הליפופים ליחידת אורך, ושווה ל- $\frac{N}{L}$ אם N הוא מספר הליפופים הכולל, ו-L אורכה הכולל של הסילונית. השדה בסילונית יהיה נתון על ידי הנוסחה:

$$B = \mu_0 i \frac{N}{L}$$

נוכל עתה למדוד את B במרכז סילונית בה זורם זרם ידוע בעזרת מאזני זרם, ולחשב את ערכו של $\mu_0 = 4\pi K'$. המדידות מראות כי

$$K' = 1.0\times10^{-7} \ \frac{N}{A^2}$$

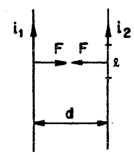
$$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7} \ \frac{N}{A^2}$$

אתם בוודאי מתפלאים כיצד יצא ערכו של K' מספר "עגול" כל כך. האמת היא שהגדרת עוצמת הזרם הותאמה <u>כדי</u> שערכו של K' יהיה <u>בדיוק</u> 10^{-7}. כזכור הגדרנו בעבר את האמפר בעזרת אלקטרוליזה, כעוצמת זרם המשחררת 0.116 סמ"ק מימן בתנאים STP (או 1.118 מ"ג כסף) תוך שניה אחת. הגדרה זו <u>נבעה</u> מההגדרה המגנטית של עוצמת זרם חשמלי, כפי שנראה בסעיף הבא.

5.9 כוח בין זרמים מקבילים; האמפר

אם הזרמים i_1 ו- i_2 זורמים בשני תיילים מקבילים, כל אחד מהם יוצר שדה מגנטי הפועל על השני. שימוש בכלל היד הימנית מראה כי במקרה זה יפעל על כל תייל כוח המכוון אל התייל השני (תרשים 5.20). גודלו של הכוח הפועל על אורך ℓ של תייל הוא

$$F = i_2 \ell B = i_2 \ell \frac{2K' i_1}{d} = \frac{2K' i_1 i_2 \ell}{d}$$



תרשים 5.20: הכוח בין זרמים מקבילים

אין זה חשוב אם ℓ הוא על התייל הראשון או השני (החוק השלישי של ניוטון). היות ומדידת כוח בעזרת מאזניים יכולה להיות מדוייקת מאוד במעבדת מחקר, החליטו להשתמש בנוסחה זו להגדרת היחידה לעוצמת זרם, על ידי הקביעה השרירותית $K' = 10^{-7}$. (האמת היא שהקביעה לא היתה לגמרי שרירותית: היה צורך להתאים את ערכו של K' לערך האמפר שהיה בשימוש קודם לכן, כדי שגודל האמפר ישתנה במעט בלבד לאור ההגדרה החדשה). כיום ההגדרה הרשמית של האמפר היא איפוא:

עוצמת הזרם הקבועה בכל אחד משני תיילים מקבילים אינסופיים דקים מאוד, הנתונים בווקואום במרחק מטר אחד זה מזה, באופן שהכוח על כל מטר של תייל הוא 2×10^{-7} ניוטון.

5.10 עוצמת השדה המגנטי בסליל כלשהו

ראינו שבסליל "אינסופי" (סילונית) שווה עוצמת השדה המגנטי

$$B = \mu_0 i \frac{N}{L}$$

ניתן להוכיח בעזרת חוק לפלס, כי לגבי כל סליל בעל אורך סופי L ורדיוס R,

$$B = \mu_0 i \frac{N}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}$$

נוסחה שאפשר לכתוב גם

$$B = \mu_0 i \frac{N}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{L}\right)^2}}$$

כאשר מחשבים את השדה בסליל סופי על פי נוסחת הסילונית, מוצאים ערך גדול מדי, ערך גדול פי $\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{L}\right)^2}$ מערכו האמיתי. לגבי סליל ארוך בו $R \ll L$ נוכל לכתוב,

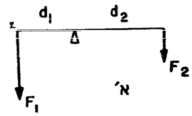
$$\sqrt{1 + \left(\frac{2R}{L}\right)^2} \simeq 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2R}{L}\right)^2 = 1 + 2\left(\frac{R}{L}\right)^2$$

אם לדוגמה $R = 1.5cm$ ו- $L = 15cm$ סדר הגודל של הטעות הוא

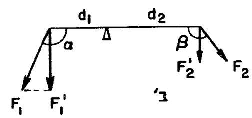
$$2\left(\frac{R}{L}\right)^2 = 2\cdot\left(\frac{1}{10}\right)^2 = \frac{2}{100} = 2\%$$

תרגילים

1. בעבר למדת, שאם פועלים שני כוחות מקבילים במאונך למוט בעל ציר סיבוב, יהיה המוט בשיווי משקל אם קיים $F_1d_1 = F_2d_2$ (תרשים א').



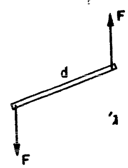
אם הכוחות אינם מאונכים למוט, התנאי לשיווי משקל הוא, שהרכיבים המאונכים של הכוחות יקיימו את המשוואה הקודמת (תרשים ב').



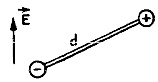
$$F_1'd_1 = F_2'd_2$$

או $F_1d_1\sin\alpha = F_2d_2\sin\beta$

למכפלה $Fd\sin\alpha$ (בה α מציינת את הזוית בין F ל-d) קוראים מומנט הכוח ביחס לציר הסיבוב.



א) הוכח, שאם שני כוחות שוים ואנטי-מקבילים ("צמד כוחות") (ראה ציור ג') פועלים על מוט, סכום המומנטים של זוג הכוחות לא תלוי במקום ציר הסיבוב. לפיכך קוראים לסכום זה בקיצור מומנט הצמד. מה ערכו המכסימלי של מומנט זה?



ב) חשב את המומנט המכסימלי הפועל על מוט בעל אורך d שבקצותיו שני מטענים +q ו- -q הנתון בשדה חשמלי אחיד $\vec{E}$. האם יגיע המוט למצב שיווי משקל? אם כן, מהו?

2. אם תיל ישר וארוך נושא זרם מונח על דף נייר, ומפזרים אבקת ברזל על הנייר, מה אתה מצפה שיעשו גרגירי אבקת הברזל?

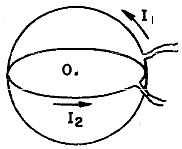
3. מה הכיוון של השדה המגנטי שנוצר על ידי מטענים חיוביים הנעים לקראתך? על ידי מטענים שליליים הנעים ממך?

4. לשני סלילים זהים הנושאים אותו הזרם יש מרכז משותף, ושני הסלילים מאונכים זה לזה. מה כיוון השדה המגנטי המשותף לשני הסלילים, וכיצד מתיחסת עוצמתו לעוצמת השדה של כל סליל לחוד?

5. שדה מגנטי אחיד אופקי $\vec{B}$ מאונך לרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי, $\vec{B}_E$ ופונה מזרחה.

א) היחס $B/B_E = \sqrt{3}$. לאיזה כיוון תפנה מחט מגנטית (המסתובבת במישור אופקי).

ב) משנים את גודלו של B באופן שהמחט המגנטית פונה לצפון-מזרח, מה עתה היחס B/B_E?



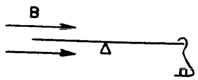
6. מן הניסוי לבדיקת האופי הוקטורי של השדה המגנטי נובע, כי עוצמת השדה במרכז לולאה פרופורציונית לעוצמת הזרם.
אם שתי לולאות שוות קוטר ובעלות מרכז משותף (ראה תרשים), מאונכות זו לזו, נושאות זרמים $I_1 = 3A$ ו- $I_2 = 4A$, מה כיוונו של השדה המגנטי במרכז המשותף לשתי הלולאות?

7. שתי לולאות בעלות מרכז משותף הותקנו במאונך זו לזו. אתה יכול להזרים זרם בכל לולאה לחוד בכל כיוון. הזנח את השדה המגנטי הארצי. כמה שדות מגנטיים שונים אתה יכול ליצור עם זרם של 2A בכל לולאה, לחוד או יחד?

8. באיזה כיוון יכול חלקיק טעון לנוע בשדה מגנטי, מבלי שיפעל עליו כוח?

9. מה הכוח הפועל על תיל באורך 20 ס"מ, נושא זרם של 3A, בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו 0.5T, כאשר התיל יוצר עם כיוון השדה זוית של $45°$?

10. בניסוי למדידת עוצמת השדה המגנטי של מגנט קבוע, השתמשו במאזני זרם.

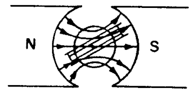


כאשר זרם במאזניים זרם של 2A, היה צורך במשקולת בת 0.07 ג' כדי לאזנם. אורכו של קטע התייל של המאזניים המאונך לשדה היה 5 ס"מ. מה עוצמת השדה המגנטי? בטא תשובתך גם בטסלה וגם בגאוס.

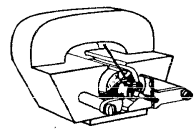
11. א) הראה, כי לולאה ריבועית נושאת זרם נוטה תמיד להסתדר בשדה מגנטי כך, שמישור הלולאה יהיה מאונך לשדה המגנטי.

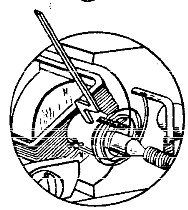
ב) בהנחה שהשדה הוא אחיד, מה המומנט המכסימלי הפועל על הלולאה? הראה כי מומנט זה איננו תלוי בצורת הלולאה.

ג) אם השדה איננו אחיד, מה קורה ללולאה אחרי שהסתדרה במאונך לשדה?



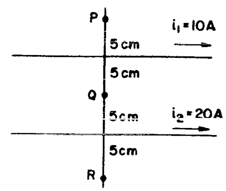
12. א) במכשירי מדידה, מסגרת מלבנית שסביבה כרוך תייל נושא זרם מסתובבת סביב גרעין ברזל, בין קוטבי מגנט קבוע בהתאם לתרשים. הסבר את מטרת המבנה הזה.





ב) את הזרם לתייל הכרוך על המסגרת המלבנית מובילים באמצעות שני קפיצים ספירליים (כפי שקורה בדגם שבנית בעבר). קפיץ ספירלי מפעיל מומנט מחזיר פרופורציוני לזוית הסיבוב של המסגרת. $M = C\alpha$ (C - קבוע הקפיץ). הראה כי בתנאים כאלה, זוית הסיבוב של המסגרת פרופורציונית לעוצמת הזרם.

13. ממדי המסגרת של השאלה הקודמת הם $1\times2cm$, יש בה 200 ליפופים, והיא נמצאת בשדה מגנטי של 0.1T. קבוע הקפיץ הספירלי הוא $C = 4\times10^{-7}\ \frac{N\times m}{rad}$. מה עוצמת הזרם אם המסגרת (והמחוג הקשור אליה) מסתובבת בזוית של 1 rad?

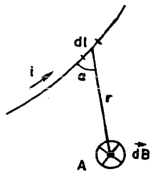


14. B היא עוצמת השדה המגנטי בנקודה P.

א) מה כיוונו?

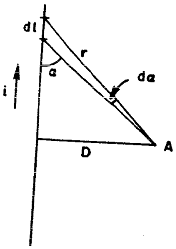
ב) מה העוצמה והכיוון של השדה המגנטי בנקודות Q ו-R? (בטא את העוצמה באמצעות B).

15. כדי להסביר את הדמיון בין הנוסחאות לשדה מגנטי ושדה חשמלי סביב תייל ישר אינסופים, הניח לפלס את החוק הבא:



אלמנט קטן של תייל $d\ell$, בו זורם זרם i יוצר, בנקודה A שרוחקה r מ- $d\ell$, אלמנט שדה dB מאונך למישור המוגדר על ידי $d\ell$ ו-r. (לפי כלל הבורג, בציור שלנו dB "נכנס" לדף סימנו זאת ב- ⊗ העוצמה של אלמנט השדה נתונה על ידי הנוסחה

$$dB = \frac{K'id\ell\sin\alpha}{r^2}$$



קל לראות שכל הקטעים $d\ell$ של תייל ישר אינסופי יוצרים בנקודה A אלמנטי שדה dB שהם כולם באותו הכיוון, ולכן מתחברים.

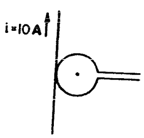
א) בטא, בעזרת משפט הסינוסים, את הקטע $d\ell$ באמצעות $d\alpha$ (זכור כי $\sin(d\alpha) = d\alpha$ עבור $d\alpha$ קטן מאוד).

ב) בטא את r באמצעות D. הצב את הערכים עבור $d\ell$ ו-r בביטוי ל-dB.

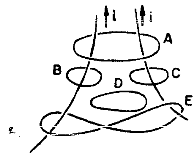
ג) כדי למצוא את B באמצעות A, עליך לבצע את האינטגרל המסויים בין הגבולות $\frac{\pi}{2}$ ו-0, ולהכפיל ב-2, מדוע?

16. השתמש בחוק לפלס כדי לחשב את עוצמת השדה B במרכזה של לולאה בעלת רדיוס r.

17. השתמש בתוצאות שמצאת בשאלות 15 ו-16 כדי לפתור את השאלה: מה צריך להיות כיוונו של הזרם בלולאה (ראה תרשים) ומה צריכה להיות עוצמתו, כדי שהשדה המגנטי במרכז הלולאה יתאפס?

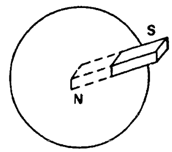


18. מצא את הקפתו של השדה המגנטי לאורך כל אחת מחמשת המסלולים A, B, C, D, E.

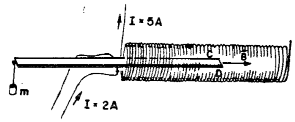


19. א) מגנט קטן מוקף משטח כדורי. מה השטף המגנטי הכולל דרך המשטח?

ב) מגנט חודר חלקית משטח כדורי (ראה תרשים). מה השטף המגנטי דרך המשטח?

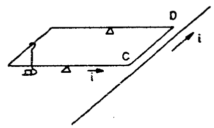


20. בסילונית בת 800 ליפופים אורך 20 ס"מ זורם זרם של 5 אמפר. כדי לאזן מאזני זרם שזורם בהם זרם של 2A, ואורך הקטע שלהם המאונך לשדה, CD, (ראה תרשים) הוא 2 ס"מ, יש צורך במשקולת בת 0,1 ג'. מה ערכו של μ_0 וערכו של 'K?



21. רוצים ליצור שדה מגנטי של 500 גאוס בתוך סילונית שאורכה 1 מטר. עומד לרשותנו ספק המספק זרם של 10A. חשב כמה ליפופים יהיו לסילונית.

22. מה המשקולת הדרושה במאזני הזרם, אם הזרם i הוא 5 אמפר, אורך הקטע CD 20 ס"מ, ובשעת שיווי המשקל המרחק בין CD ובין התייל הישר הארוך הוא 0.5 ס"מ?



23. נתונים שני סלילים, בעלי אורך 10 ס"מ ו-200 ליפופים כ"א. לסליל הראשון רדיוס של 1 ס"מ, ולסליל השני רדיוס של 5 ס"מ. האם אותו הזרם יצור במרכזם אותו השדה המגנטי? אם לאו, מה היחס בין השדות שיווצרו בשני הסלילים על ידי אותו הזרם?

24. א) סליל שטוח, שרוחבו 1 ס"מ ורדיוסו 20 ס"מ, מורכב מ-20 ליפופים. מה עוצמת השדה המגנטי במרכזו, כאשר זורם בו זרם בן 0.5 אמפר?

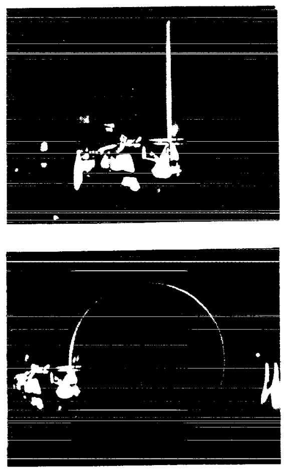
ב) כאשר מישור הסליל הוא אנכי, ובכיוון צפון-דרום, המחט המגנטית של מצפן במרכז הסליל מתיצבת בזוית 55° מערבה מהצפון. מה עוצמת הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי במקום?

פרק ו': כוח לורנץ

6.1 מבוא

כבר ראינו בפרק הקודם, שהשדה המגנטי מפעיל כוח לא רק על תייל נושא זרם חשמלי, כי אם על כל חלקיק טעון בתנועה. אין בכך כדי להפתיע, משום שזרם חשמלי הינו חלקיקים טעונים בתנועה. הכוח ששדה מגנטי מפעיל על תייל נושא זרם הוא סכום כל הכוחות המופעלים על ידו על האלקטרונים הנעים בתייל.

אפשר להמחיש בצורה חזותית את הכוח הפועל על אלקטרונים בודדים בתנועה בעזרת שפופרת, בה משלחים אלקטרונים דרך גז כספית או מימן בלחץ נמוך. האלקטרונים גורמים לזהירת הגז במעברם דרכו כך שמסלולם נראה בבירור בחדר אפל (תרשים 6.1). בצילום הראשון האלקטרונים היוצאים מן המתקן המאיץ (להלן "תותח אלקטרונים") נעים בהמשך בקו ישר כלפי מעלה, ונתקלים בזכוכית של השפופרת. בצילום השני, הפעלת שדה מגנטי אחיד במאונך למישור הצילום "לתוך הדף" גורמת להטיית האלקטרונים וליצירת מסלול מעגלי. צילום זה מוכיח כי הכוח הפועל על האלקטרונים מאונך לכיוון השדה ולכיוון תנועתם בכל רגע. שים לב שכדי למצוא את כיוון הכוח תוך שימוש בכלל היד הימנית שהובא בפרק הקודם, עליך לזכור כי האלקטרונים הינם חלקיקים שליליים, לפיכך כיוון הזרם החשמלי שהם יוצרים מנוגד לכיוון תנועתם הם.



תרשים 6.1: תנועת אלקטרונים בשדה מגנטי אחיד

6.2 כוח לורנץ

הכוח ששדה מגנטי מפעיל על חלקיק טעון, בתנועה, נקרא כוח לורנץ. נמצא עתה במה תלוי כוח זה. ידוע לנו שהכוח על תייל בעל אורך ℓ נושא זרם i מאונך לשדה הוא:

$$F = i\,\ell\,B$$

אם יש בתייל n חלקיקים חופשיים נושאי מטען q ליחידת נפח, ושטח החתך של התייל S, קיים (ראה תרגיל 1 בפרק א'):

$$i = nqvS$$

הכוח הוא איפוא

$$F = nqvS\ell B$$

המכפלה $S\ell$ היא נפחו של קטע בעל אורך ℓ של התייל, והמכפלה $nS\ell$ מייצגת איפוא את המספר הכולל N של חלקיקים חופשיים נושאי המטען באורך התייל ℓ .

מכאן

$$F = NqvB$$

הכוח הפועל על כל חלקיק כזה הוא $F_1 = \frac{F}{N}$ והוא נתון על ידי:

$$F_1 = \frac{F}{N} = qvB$$

זהו ביטויו של כוח לורנץ, הכוח שהשדה המגנטי B מפעיל על חלקיק שמטענו q הנע במהירות v. אם כיוון התנועה של החלקיק איננו מאונך לכיוון השדה, באופן שהווקטורים $\vec{v}$ ו- $\vec{B}$ יוצרים זוית α, נצטרך לכתוב

$$F = qvB \sin \alpha$$

כיוון הכוח נתון על ידי כלל היד הימנית כמו במקרה של כוח על זרם, אם החלקיק הנע הוא חיובי. אם הוא שלילי, כיוון תנועתו מנוגד לכיוון הזרם החשמלי ויש להעמיד את האגודל של היד הימנית בכיוון נגדי לכיוון תנועת החלקיק הטעון, כדי שכלל היד הימנית יתן את כיוון הכוח. השימוש בכלל אחד לקביעת כיוון הכוח האלקטרומגנטי (כוח של שדה מגנטי על זרם) ולכוח לורנץ נובע מהעובדה המובנת, כי הכוח האלקטרומגנטי הוא הסכום של כוחות לורנץ על החלקיקים בתנועה בתייל.

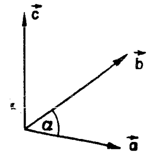
בנוסחה לכוח לורנץ מופיעים שלושה גדלים שהם וקטורים: הכוח, המהירות של החלקיק ועוצמת השדה המגנטי.

מגדירים במתמטיקה <u>מכפלה וקטורית</u> של שני וקטורים, $\vec{a} \times \vec{b}$, כוקטור $\vec{c}$ המאונך למישור $(\vec{a}, \vec{b})$ כך שאם

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

אזי

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \alpha$$



תרשים 6.2: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

מגמתו של $\vec{c}$ נתונה על ידי כלל היד הימנית: אם הוקטור הראשון $\vec{a}$ מכוון לאורך האגודל, הוקטור השני $\vec{b}$ לאורך אצבעות היד, אזי $\vec{c}$ מכוון מכף היד החוצה (תרשים 6.2). מן ההגדרה הזאת נובע, כי אם נחליף את הסדר במכפלה יהפוך $\vec{c}$ את כיוונו.

$$\vec{b} \times \vec{a} = -\vec{a} \times \vec{b}$$

לאור הגדרה זו נוכל לכתוב את הביטוי לכוח לורנץ בצורה:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

צורה בה יש להביא בחשבון גם את הסימן של המטען q: אם המטען הוא חיובי, כיוון הכוח הוא כיוון המכפלה הוקטורית $\vec{v} \times \vec{B}$. אם המטען הוא שלילי, כיוון הכוח מנוגד לכיוון $\vec{v} \times \vec{B}$.

נשים לב לעובדה חשובה ביותר: הכוח $\vec{F}$ שהשדה המגנטי מפעיל על חלקיק בתנועה מאונך לכיוון תנועתו של החלקיק $\vec{v}$, ולכן איננו משנה את האנרגיה של החלקיק, אולם הוא משנה את כיוון תנועתו. במילים אחרות, שדה מגנטי איננו משנה את <u>גודל</u> וקטור המהירות, אך משנה את כיוונו. עבודת כוח לורנץ על החלקיק היא אפס.

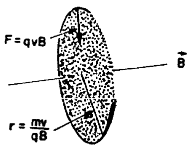
אם החלקיק הטעון נע במאונך לשדה מגנטי <u>אחיד</u>, גודל הכוח $F = qvB$ איננו משתנה, ולכן יגרום לחלקיק לנוע במסלול בעל עיקום קבוע. מסלול כזה הוא מעגל, וכוח לורנץ משמש ככוח צנטריפטלי על החלקיק הנע (תרשים 6.3). ראינו כבר בצילום בתחילת הפרק את המסלול המעגלי של האלקטרונים בהשפעת השדה המגנטי.

בדיקה נסיונית של הביטוי לכוח לורנץ נעשית על ידי האצת חלקיקים בעלי מסה ידועה עד כדי מהירות ידועה, ומדידת רדיוס המסלול שלהם בשדה מגנטי ידוע. היות וכוח לורנץ משמש ככוח צנטריפטלי, נכתוב

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

ומכאן נובע כי

$$R = \frac{mv}{qB}$$



תרשים 6.3: כוח לורנץ

ואכן, כאשר מאיצים פרוטונים (יונים של מימן) ומכניסים אותם לשדה מגנטי, מוצאים כי הרדיוס הנמדד שווה לרדיוס המחושב על פי נוסחה זו.

באופן כללי, ברור לנו כי בעזרת כוח לורנץ נוכל לכוון חלקיקים טעונים בתנועה כרצוננו: נוכל לעקם את מסלוליהם למעגלים בעזרת שדה מגנטי אחיד, וגם לצורות אחרות הדרושות לנו בעזרת שדה מגנטי בלתי אחיד המתוכנן בהתאם. נוכל לרכז אלומות חלקיקים ולפזר אותם, ליצור "עדשות" אלקטרומגנטיות ולהזרים חלקיקים בצינורות ריק למטרות שונות.

מכשירים רבים, שפותחו במאה הנוכחית, כגון ספקטרוגרף המסות, המיקרוסקופ האלקטרוני ומאיצי הענק - כולם מבוססים על טכנולוגיה ענפה המנצלת הפעלה משולבת של שדות חשמליים ומגנטיים על החלקיקים השונים. אנו נדון כאן בקצרה בעקרונות לפיהם בנויים ספקטרוגרף המסות ומאיצי החלקיקים.

6.3 <u>ספקטרוגרף המסות</u>

אם מאיצים חלקיק בעל מסה m ומטען q על-ידי הפרש פוטנציאל V, ממנוחה, תהיה האנרגיה הקינטית של החלקיק

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = Vq$$

כבר ראינו כי כאשר החלקיק נכנס במאונך לתוך שדה מגנטי אחיד B, קיים:

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$

כלומר תנע החלקיק הוא $p = mv = qBR$

אם נצרף את שתי המשוואות, נמצא כי

$$v = \frac{2V}{BR}$$

כמו כן:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{B^2R^2}$$

אם ידוע לנו מטען החלקיק, אך מסתו אינה ידועה לנו, מאפשרת מדידת רדיוס המסלול R את קביעת מסת החלקיק m. אחת המדידות הראשונות של היחס $\frac{e}{m}$ עבור האלקטרון נעשתה בידי הפיסיקאי הבריטי י.י. תומסון (J.J. Thomson, 1897) בשיטה דומה לזו שתוארה לעיל. כשתיים עשרה שנה מאוחר יותר מדד מיליקן את מטען האלקטרון בדיוק רב. אז התאפשרה קביעת המסה של האלקטרון. ממדידות מדוייקות מקבלים עבור מסת האלקטרון m_e:

$$m_e = 9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$$

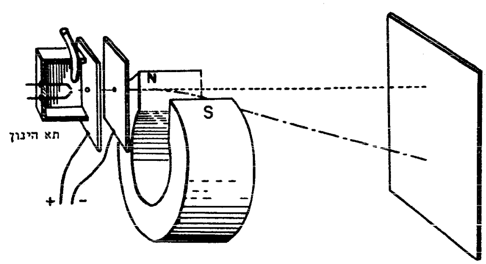
ואילו עבור מסת הפרוטון, m_p, מתקבל:

$$m_p = 1.67\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

$$m_p \cong 1840\ m_e$$

מסת האלקטרון היא קטנה איפוא פי 1840 ממסת הפרוטון.

תאור עקרון פעולתו של מתקן המאפשר את מדידת המסות של יונים שונים נראים בתרשים. מתקן כזה נקרא ספקטרוגרף מסות (תרשים 6.4).



תרשים 6.4: *היונים הנוצרים בתא הינון מואצים על ידי הלוחות. השדה המגנטי מטה אותם, ועל פי סטית העיקבה על המסך ניתן לקבוע את מסתם.*

ספקטרוגרף המסות מתואר בציור בפישוט רב. במכשיר ממשי למדידות מדוייקות קיימים מתקני עזר לריכוז אלומת היונים לנקודה קטנה ביותר על המסך או סרט הצילום, ולבחירת אותם היונים שמהירויותיהם נמצאות בתחום צר מאוד. עם מכשיר טוב, ניתן למדוד את המסות של יונים בדיוק רב מאוד.

בעזרת ספקטרוגרף המסות מצאו שלרוב היסודות מספר <u>איזוטופים</u>, כלומר אטומים בעלי אותן התכונות הכימיות אך בעלי מסות שונות. מסות האיזוטופים האלה קרובות מאוד למספרים שלמים כאשר בוחרים בחלק ה- $\frac{1}{12}$ של מסת האיזוטופ המצוי של הפחמן, C^{12}, כיחידת מסה אטומית. (ראה טבלה). למספרים השלמים האלה קוראים <u>מספר מסה</u> של האיזוטופים הנידונים, ומסמנים אותם ליד סמל היסוד.

היסוד	מסת האיזוטופים (ביחידות מסה אטומיות) של חלק מהיסודות השכיחים	שכיחות יחסית (באחוזים)
מימן	1.008	99.98
	2.014	0.02
ליתיום	6.015	7.42
	7.016	92.58
פחמן	12.000 (תקן)	98.89
	13.003	1.11
חנקן	14.003	99.63
	15.000	0.37
חמצן	15.995	99.76
	16.999	0.04
	17.999	0.20
ניאון	19.992	90.92
	20.994	0.26
	21.991	8.82
נתרן	22.999	100
מגנזיום	23.985	78.70
	24.986	10.13
	25.983	11.17

היסוד	מסת האיזוטופים (ביחידות מסה אטומית) של חלק מהיסודות השכיחים	שכיחות יחסית (באחוזים)
כלור	34.969	75.53
	36.966	24.47
ברזל	53.940	5.82
	55.935	91.66
	56.935	2.19
	57.933	0.33
כסף	106.905	51.82
	108.905	48.18
עופרת	203.973	1.5
	205.975	23.6
	206.976	22.6
	207.977	52.3

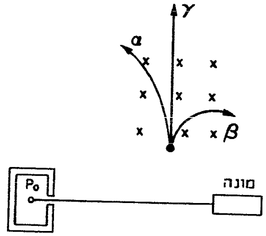
המסה המולרית המקובלת ליסודות שונים, היא הממוצע המשוקלל של מסות האיזוטופים המרכיבים. לדוגמה, לכלור שני איזוטופים, Cl^{35} ו- Cl^{37}, בשכיחות יחסית 75% ו-25% בהתאמה. לכן המסה המולרית של אטומי כלור מצוי היא 35.5.

אפשר גם להשתמש בספקטרוגרף המסות למדידת מסות של מולקולות, על ידי הטית אלומה של מולקולות מיוננות במכשיר, בדיוק כפי שמטים בו אלומה של אטומים מיוננים.

6.4 חלקיקי α

בשלהי המאה ה-19 נתגלתה באקראי תופעת הרדיואקטיביות. מצאו כי יסודות כבדים, כגון אורניום, פולטים בלי הפסק קרינה המסוגלת להשחיר לוח צילום או לגרום לזהירה על מסך פלואורסצנטי. כאשר התחילו לחקור ביסודיות את התופעה, התברר כי ישנם, למעשה, שלושה סוגים של קרינה רדיואקטיבית ונתנו להם את השמות α, β ו-γ. לשדה מגנטי יש השפעה על קרינת α וקרינת β, אך לא על קרינת γ. מאוחר יותר התברר כי קרינת γ היא גל אלקטרומגנטי כמו האור, בעל תדירות גבוהה הרבה יותר מהאור, וקרינת β היא אלומה של אלקטרונים הנפלטים על-ידי גרעיני האטומים (תרשים 6.5).

היה ברור שקרן α הינה אלומה של חלקיקים חיוביים, לפי כיוון הסתתה בשדה מגנטי. כדי למצוא את גודל המטען של חלקיק כזה, ספרו רתרפורד וגייגר (Rutherford & Geiger) את מספר החלקיקים המגיעים בכל שניה באלומה הנפלטת מפולוניום. ספירה כזו קלה מאוד היום בעזרת מונה מתאים. אולם בתקופתו של רתרפורד (1908) היתה המלאכה קשה ביותר. הניסוי מראה כי מספר החלקיקים המגיעים בכל שניה קבוע בפרק זמן ארוך למדי. אחרי הספירה, מחליפים את המונה במיכל מתכתי קשור אל אלקטרומטר, ומודדים את כמות המטען המגיעה בכל שניה (תרשים 6.5).



תרשים 6.4: קרינה רדיואקטיבית בשדה מגנטי

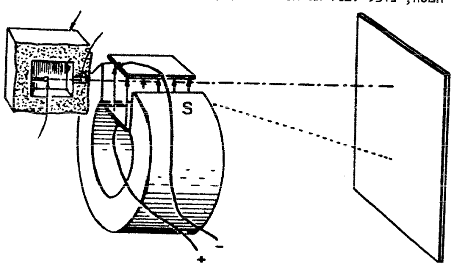
תוצאת הניסוי היתה, שחלקיק α טעון שני מטענים יסודיים חיוביים. כדי למצוא את מסתם של חלקיקים אלה, יש למדוד את התנע שלהם mv על ידי הטיתם בשדה מגנטי ידוע, על פי

$$p = mv = qBR$$



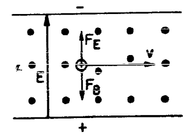
תרשים 6.5

כדי למדוד את מהירות החלקיקים, אפשר אמנם לעוצרם בהפרש פוטנציאל ידוע על מנת לגלות מה האנרגיה שלהם. אולם המתח הדרוש גבוה מאוד, מעל מליון וולט, וקיימת שיטה פשוטה יותר: אם נפעיל שדה חשמלי מתאים באיזור בו קיים השדה המגנטי המטה, נוכל לבטל את הטית החלקיקים (תרשים 6.6).



תרשים 6.6: תנועת מטענים חשמליים בשדה מגנטי וחשמלי.

אם כיוון השדה המגנטי הוא אופקי, למשל אלינו (סימנו זאת בתרשים 6.7 על ידי נקודות) חלקיק חיובי הנע בו משמאל לימין ירגיש בכוח לורנץ כלפי מטה. אם נפעיל, בעזרת לוחות, שדה חשמלי כלפי מעלה, יפעל על החלקיק כוח חשמלי כלפי מעלה ובעוצמה מתאימה של השדה החשמלי יתאפס השקול של שני הכוחות על החלקיק, שינוע על קו ישר, ללא הטיה. הגדלים של הכוחות הפועלים על החלקיקים הם:



תרשים 6.7: הכוח החשמלי והכוח המגנטי המאזנים זה את זה

גודלו של כוח לורנץ: $F_B = qvB$

גודלו של הכוח החשמלי: $F_B = qE$

הכוחות יבטלו זה את זה כאשר *

$$vB = E$$

מהירותם של החלקיקים נתונה איפוא על ידי היחס בין השדות E ו-B

$$v = \frac{E}{B}$$

המדידות שנעשו על ידי רתרפורד עצמו העלו, כי מסתם של חלקיקי α היא 4 יחידות מסה אטומיות. היות ולגרעין הליום (He) מטען השווה לשני מטענים יסודיים ומסה אטומית 4, העלה רתרפורד את ההשערה שחלקיקי α הינם גרעיני הליום. ואכן עלה בידו להוכיח השערה זו, כאשר אסף חלקיקי α במיכל והראה כי כעבור זמן מה הכיל המיכל הליום. לחלקיקי α חשיבות גדולה בתולדות התפתחות ההשקפות על מבנה האטום, שרתרפורד עצמו היה החלוץ בה.

---

* בסימון וקטורי, כותבים:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

תנאי הביטול $$\vec{F}_E = -\vec{F}_B$$

מכאן $$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

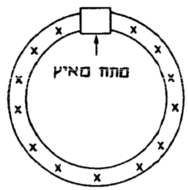
6.5 מאיצי חלקיקים

כדי להאיץ חלקיקים טעונים, יש להפעיל עליהם שדה חשמלי. חלקיק בעל מטען q מואץ במתח V מקבל תוספת אנרגיה קינטית Vq. צרכי המחקר של מבנה האטום והגרעין, מחייבים "הפצצת מטרות" בעזרת חלקיקים בעלי אנרגיה גבוהה. מאידך לא ניתן להגדיל בלי סוף את המתח המאיץ, בגלל קשיים טכניים ובעיות בידוד רציניות. לכן עלה בדעתו של הפיסיקאי לורנס (E. D. Lawrence) בשנת 1932, להשתמש במתח במוך יחסית למען ההאצה, ולהפעיל את המתח הזה הפעלה חוזרת ונישנית על אותם החלקיקים.

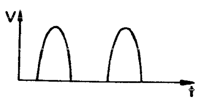
באופן זה, אם המתח המאיץ הוא V ומטען החלקיק q, הוא מקבל בכל האצה אנרגיה Vq והאנרגיה הסופית שלו תהיה גדולה יותר ככל שמספר ההאצות יהיה גדול יותר. המכשיר שהומצא ב-1932 נקרא ציקלוטרון, ותפקידו היה בעיקר להאיץ פרוטונים לאנרגיות של כמה עשרות MeV. הציקלוטרון יצא כיום מן השימוש, ולכן נתאר כאן את העקרון של רוב המאיצים המודרניים.

כדי שאפשר יהיה להפעיל את המתח המאיץ מספר פעמים על חלקיק, יש צורך להחזיר את החלקיק בכל פעם אל אזור ההאצה. המאיץ יהיה בנוי איפוא בצורה של טבעת חלולה בה שורר וקואום, בה נעים החלקיקים במסלול מעגלי בהשפעת שדה מגנטי היקפי B (תרשים 6.8). המתח המאיץ איננו משתנה בצורה רציפה, אלא בצורת "פולסים" בתדירות מסויימת (ראה גרף בתרשים 6.9) המותאמת לזמן ההקפה של החלקיקים בטבעת. היות ובכל האצה מקבלים החלקיקים אנרגיה, גדל גם התנע שלהם; וכדי לשמור על ריוס הסיבוב שלהם, יש צורך להגדיל את השדה B בהתאם לנוסחה

$$B = \frac{mv}{qR}$$



תרשים 6.8: מאיץ חלקיקים



תרשים 6.9

כאן יש צורך להתחשב בתורת היחסות, המלמדת אותנו כי מהירות האור היא מהירות גבולית ובהתקרב מהירות חלקיק למהירות האור, גדלה מסתו. חלקיק קל כמו אלקטרון מגיע למהירות השונה ממהירות האור ב-1% בלבד באנרגיה קינטית של 3 MeV. פרוטון, שמסתו גדולה פי 2000 בקירוב ממסת האלקטרון יגיע לאותה המהירות באנרגיה קינטית של 6 GeV $(6 \times 10^9$ eV). הגידול במסת החלקיק בגלל תורת היחסות יהיה איפוא מורגש יותר ככל שהחלקיק קל יותר.

אם מטרתנו היא להאיץ אלקטרונים, נוכל להעניק להם אנרגיה גבוהה במאיץ מוקדם, כך שהם נכנסים למאיץ הסופי במהירות הקרובה מאוד למהירות האור. בתנאים אלה לא תגדל יותר מהירותם במאיץ, וגידול האנרגיה יתבטא בגידול מסה בלבד. הם יקיפו איפוא את הטבעת בזמנים קבועים, ותדירות המתח המאיץ צריכה להיות קבועה,

דבר המקל על בנית המאיץ. השדה ההקפי יצטרך לגדול בהתאם לקצב גידול המסה (כל יתר הגורמים בנוסחה $B = \frac{mv}{qR}$ נשארים קבועים).

זהו העיקרון של הסינכרוטרון עבור אלקטרונים.

אם לעומת זאת המכשיר מתוכנן להאצת פרוטונים או יונים כבדים אחרים, תדירות המתח המאיץ חייבת להיות מותאמת לגידול המהירות של הפרוטונים, וחייב גם להיות תיאום בין גידול התדירות הזו וגידול השדה המגנטי ההיקפי. מסתבר כי דבר זה אפשרי, והמכשיר שנבנה לפי עקרון זה נקרא סינכרוטרון לפרוטונים.

בכל מאיץ כזה יש צורך להשקיע מחשבה רבה במתקני העזר, למען הכנסת החלקיקים המיועדים להאצה, מיקודם לאלומה צרה, הכוונתם בסוף ההאצה למטרה, וגילוי התוצרים של ההפצצה. הטכנולוגיה מורכבת ויקרה, אך ביסודה אותם עקרונות: שילוב שדות חשמליים ומגנטיים מתאימים, תוך שימוש בעובדה כי הכוח הפועל על חלקיק טעון הוא הסכום של הכוחות המופעלים על ידי שדות אלה:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

או

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

תרגילים

1. אלומת אלקטרונים, שהואצו במתח של 10000V (כלומר בעלי אנרגיה קינטית של 10000 eV), מהווה זרם של 1mA.

א. מה הכוח הפועל על מטר של אלומה בשדה מגנטי בעל עוצמה $B = 5 \times 10^{-2}$T, אם האלומה מאונכת לכיוון השדה?

ב. כמה אלקטרונים עוברים בכל שניה חתך של האלומה?

ג. מה מהירות האלקטרונים?

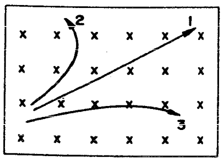
ד. כמה אלקטרונים יש בכל מטר של אלומה?

ה. מה הכוח הפועל על כל אלקטרון?

ו. השווה את תשובתך ל (ד) עם התשובה שתתקבל משימוש בנוסחה לכוח לורנץ!

2. אלקטרון נע בשדה מגנטי אחיד שעוצמתו B. מה עבודת הכוח המגנטי הפועל על האלקטרון? האם יש חשיבות לאחידות השדה המגנטי? אם כן, מהי?

3. החלקיקים 1, 2, 3, נעים במסלולים המתוארים בתרשים כאשר הם עוברים בשדה מגנטי שכיוונו "לתוך הדף". מה ניתן להסיק בדבר מטענו של כל חלקיק?



4. מה יקרה לרדיוס המעגל בצילום הראשון לפרק זה, אם יגדילו את הפוטנציאל המאיץ בתותח האלקטרונים?

5. השווה את התנעים ואת האנרגיות הקינטיות של פרוטון ואלקטרון הנעים באותו שדה מגנטי במסלולים מעגליים בעלי רדיוסים שווים.

6. מה יהיה מסלולו של חלקיק טעון, הנכנס לשדה מגנטי כאשר כיוון מהירותו אינו מאונך לכיוון השדה?

7. האם יהיה קל יותר לספקטרוגרף המסות להפריד איזוטופים של יסודות קלים או יסודות כבדים?

8. אלקטרונים בעלי אנרגיה של 200eV (כלומר שהואצו במתח של 200V), נעים בשדה מגנטי במסלול מעגלי שרדיוסו 10 ס"מ.

א. שרטט את המתקן המאיץ, את מסלול האלקטרונים וכיוון השדה המגנטי.

ב. חשב את עוצמתו של השדה המגנטי.

9. יוני יסוד מסויים, הטעונים מטען כפול, מואצים בפוטנציאל של 10000V, ונכנסים לשדה מגנטי בעל עוצמה $B = 5 \times 10^{-2}T$. רדיוס המסלול שלהם בשדה המגנטי נמדד כ-60 ס"מ. מה מסת היונים האלה? מה מספר המסה שלהם?

10. א. אלומה של יונים טעונים מטען יחיד נעה באזור בו קיימים שדה חשמלי ושדה מגנטי ניצבים זה לזה ולכיוון תנועת היונים, באופן שהכוח החשמלי על כל יון יכול לבטל את הכוח המגנטי. עוצמת השדה החשמלי הוא $E = 1.0 \times 10^3 \frac{N}{C}$, ועוצמת השדה המגנטי הוא $B = 2.0 \times 10^{-2}T$ מה מהירותם של היונים החולפים באיזור השדות <u>ללא הטיה</u>? שרטט!

ב. יונים אלה עוברים דרך סדק ונעים באיזור בו קיים שדה מגנטי אחיד $B = 0.09T$, מאונך לכיוון תנועתם. אם היונים הינם תערובת של יוני ניאון בעלי מסות 20 ו-22 ימ"א, מה יהיה המרחק בין עקבותיהם על לוח צילום אחרי שנעו בחצי מעגל?

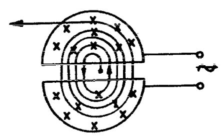
11. אלומת פרוטונים בעלי אנרגיה קינטית E_k נכנסת לאזור של שדה מגנטי אחיד B מאונך לכיוון האלומה.

א. מצא ביטויים לרדיוס ולזמן המחזור של התנועה המעגלית של הפרוטונים כפונקציה של B.

ב. כיצד ישתנו תשובותיך ל (א) אם האנרגיה הקינטית של הפרוטונים הנכנסים לשדה תהיה פי ארבעה יותר גדולה?

ג. מכניסים פרוטונים בעלי אנרגיה של 4.6×10^5 eV לסינקרוטרון בו עוצמת השדה המגנטי היא $B = 2.10 \times 10^{-2}$ T חשב את זמן המחזור והרדיוס של התנועה המעגלית.

12. הציקלוטרון היה מאיץ החלקיקים הראשון שאיפשר להאיץ יונים לאנרגיות גבוהות יחסית. הוא בנוי משני חלקים ממתכת בצורת האות האנגלית D וקוראים להם משום כך ה"דיאים" (Dees).



היונים נוצרים בין חלקים אלה, ומואצים על ידם בעזרת הפרש פוטנציאל ביניהם. שדה מגנטי מטה אותם בתוך ה-D, וכשמגיעים מחדש לרווח בין החלקים התחלף כיוון הפרש הפוטנציאל ביניהם, כך שהיונים מקבלים האצה נוספת.

יוצא איפוא שהיונים נעים במעגלים שרדיוסיהם הולכים וגדלים פעמיים בסיבוב, כמספר ההאצות.

א. הוכח כי זמן המחזור של חלקיק טעון בשדה מגנטי הוא בלתי תלוי ברדיוס. מצא את הביטוי לזמן המחזור.

ב. מצא את זמן המחזור של פרוטונים בציקלוטרון, שהשדה המגנטי בו $B = 0.5T$. מה תדירות מתח החילופין הדרוש?

ג. מה הרדיוס המכסימלי של הפרוטונים אם האנרגיה המכסימלית שלהם 12 MeV.

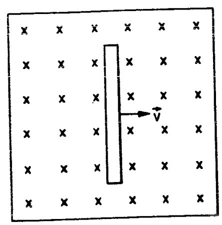
פרק ז': השראה אלקטרומגנטית

7.1 מבוא

גילויו של ארסטד כי זרם חשמלי יוצר שדה מגנטי עורר פיסיקאים רבים לחשוב כי יתכן שקיימת גם התופעה ההפוכה, של שדה מגנטי היוצר זרם חשמלי. בֵּין הפיסיקאים שחשבו כך בלט פרדיי (Faraday), אשר הצליח בסידרה ארוכה של ניסויים לגלות את התנאים הפיסיקליים הדרושים כדי ליצור זרם חשמלי בעזרת שדה מגנטי.

בניסוייו הראשונים בדק פרדיי מעגלים נחים בתוך שדות מגנטיים חזקים וקבועים, אך לא הצליח לגלות את התופעה המבוקשת. אולם כאשר שינה את עוצמת השדה המגנטי אשר בתוכו היה המעגל, או כאשר הזיז חלקי מעגל בתוך שדה מגנטי קבוע, גילה כי זרם "מושרה" זורם במעגל. כשם שמטענים סטטיים אינם יוצרים שדה מגנטי - שדה כזה נוצר על ידי מטענים נעים, זאת אומרת על ידי זרם חשמלי - כך גם שדות מגנטיים סטטיים אינם יוצרים זרם מושרה במעגלים הנמצאים במנוחה. פרדיי גילה כי זרם מושרה נוצר אך ורק כתוצאה <u>משינוי</u> עוצמת השדה המגנטי במעגל, או <u>משינוי</u> מקום המעגל ביחס לשדה המגנטי. בסעיפי הפרק הבאים נתאר ונסביר ביתר פרוט את גילוייו של פרדיי.

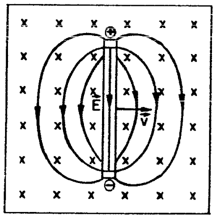
7.2 <u>תנועת מוליך בתוך שדה מגנטי; כא"מ וזרם מושרים</u>



<u>תרשים 7.1</u>: תנועת מוליך בשדה מגנטי

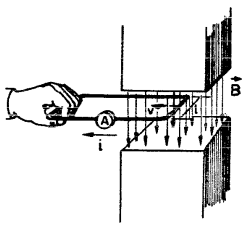
בפרק הקודם למדנו כי על מטען חשמלי q הנע במהירות $\vec{v}$ בתוך שדה מגנטי שעוצמתו $\vec{B}$ פועל כוח $\vec{F}$ (כוח לורנץ), ולגבי כוח זה מתקיים: $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$. לשם פשטות הדיון נתאר לעצמנו מוליך ישר הנע בשדה מגנטי אחיד $\vec{B}$ במהירות $\vec{v}$ באופן שהמוליך, המהירות והשדה מאונכים זה לזה (תרשים 7.1). במוליך מצויים כידוע מטענים "חופשיים", זאת אומרת מטענים היכולים לנוע בהשפעת כוחות חשמליים. ומכיוון שמטענים אלה, בהיותם חלק מן המוליך, נעים איתו במהירות $\vec{v}$ במאונך לקוי השדה $\vec{B}$, פועל על כל אחד מהם כוח לורנץ. כוח זה דוחף את המטענים לאורך המוליך, במאונך לשדה $\vec{B}$ ולמהירות $\vec{v}$. כיוון הכוח לגבי מטענים חיוביים נקבע על פי כלל היד הימנית; מובן שעל אלקטרונים, שהם המטענים החופשיים

במוליך מתכתי, יפעל כוח לורנץ בכיוון הנגדי. כתוצאה מכך מצטבר עודף של מטענים חיוביים בקצהו האחד של המוליך ועודף של מטענים שליליים מצטבר בקצהו השני. תנועת המוליך בשדה המגנטי יוצרת בו, איפוא, קיטוב חשמלי, וקיטוב זה מצידו יוצר שדה חשמלי $\vec{E}$ המפעיל על המטענים במוליך כוח נגדי לכוח לורנץ שיצר את הקיטוב (תרשים 7.2).



<u>תרשים 7.2</u>: הקיטוב הנוצר במוליך הנע בשדה מגנטי

בסופו של דבר נוצר מצב של שיווי משקל: כאשר הקיטוב החשמלי גדל במידה מספקת, הכוח החשמלי $q\vec{E}$ הנובע ממנו משתווה לכוח לורנץ $qv \times \vec{B}$ שיצר אותו: $q\vec{E} = -q\vec{v} \times \vec{B}$ (הסימן מינוס נובע כמובן מכך שהכוחות אמנם שווים בעוצמתם, אך הפוכים בכיוונם). במצב זה שקול הכוחות הפועלים על המטענים החופשיים מתאפס ותנועתם לאורך המוליך נפסקת.



<u>תרשים 7.3</u>: תנועת מסגרת מוליכה בשדה מגנטי

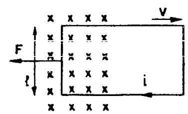
עתה נניח כי תיל מוליך שאורכו ℓ מהווה חלק של מעגל חשמלי סגור המכיל מד-זרם רגיש A (תרשים 7.3). לאחר שמכניסים את חלק המעגל המכיל את התיל לתוך שדה מגנטי חזק ואחיד $\vec{B}$, מניעים אותו יחד עם המעגל כולו במהירות קבועה $\vec{v}$, כמתואר בתרשים. מתברר כי כל עוד נמשכת התנועה הקצובה של התיל ℓ <u>בתוך</u> השדה המגנטי $\vec{B}$ (כאשר שאר חלקי המעגל נמצאים <u>מחוץ</u> לשדה המגנטי), זורם במעגל זרם חשמלי קבוע i, אשר כיוונו מתואר ע"י החיצים בתרשים. כאשר מפסיקים את התנועה, או כאשר התיל יוצא אל מחוץ לשדה המגנטי, נפסק הזרם במעגל. אם קטע המעגל המכיל את התיל ℓ נע בתוך השדה המגנטי בכיוון נגדי לכיוון תנועתו הקודם, זורם במעגל זרם שגם כיוונו הפוך לכיוון הזרם הקודם.

לאחר שבראשית דברינו תארנו והסברנו את הקיטוב החשמלי הנוצר במוליך הנע בתוך שדה מגנטי, לא בתקשה להבין גם את המתרחש כאשר קטע התיל ℓ, הנע במהירות $\vec{v}$ בשדה מגנטי $\vec{B}$, מהווה חלק ממעגל סגור. בחלקי המעגל שאינם כוללם את קטע התיל לא פועל כוח לורנץ על המטענים החופשיים, אולם בחלקים אלה קיים השדה האלקטרוסטטי $\vec{E}$ הנוצר כתוצאה מהקיטוב החשמלי בתיל ℓ. לפיכך יפעל כוח חשמלי $q\vec{E}$ על המטענים החופשיים, ויגרום לכך שזרם i יזרום במעגל בכיוון המתואר ע"י החיצים בתרשים (מכיוון שהמטענים החופשיים במעגל שכל חלקיו מוליכים מתכתיים הם אלקטרונים, כיוון הזרם i מנוגד לכיוון תנועתם האמיתית של האלקטרונים). כתוצאה מזרם זה פוחתים המטענים שהצטברו בקצות התיל הנע, השדה האלקטרוסטטי בתוכו נחלש והכוחות האלקטרומגנטיים גורמים להזזה מחודשת של מטענים חופשיים (אלקטרונים) במגמה להחזיר את הקיטוב בתיל לקדמותו. יוצא כי כל עוד נמשכת תנועת קטע התיל בשדה המגנטי יזרום במעגל הסגור זרם מושרה.

עוצמת הזרם המושרה תלויה כמובן בהתנגדות המעגל. כאשר מוסיפים נגדים למעגל מבלי לשנות את אורך קטע התיל ℓ, את מהירותו $\vec{v}$ ואת עוצמת השדה המגנטי $\vec{B}$, משתנה אמנם עוצמת הזרם המושרה, אולם מכפלת עוצמת הזרם i בהתנגדות המעגל R נשארת קבועה, בדיוק כפי שקורה כאשר מצויה סוללה במעגל. מסתבר אפוא כי מה שאנו מחוללים על ידי הסעת התיל דרך השדה המגנטי איננו זרם מסוים - התלוי בהתנגדות - כי אם כא"מ מסוים. המכפלה של i ב-R מודדת את הכא"מ המושרה ε, וזה תלוי אך ורק בתנועת המוליך בשדה המגנטי ולא בהתנגדות המעגל. כאשר המעגל פתוח לא זורם בו אמנם זרם חשמלי, אך במקרה זה גורמת הצטברות המטענים משני עברי מקום הניתוק להיווצרות הפרש פוטנציאלים, שוב בדומה למה שקורה כאשר סוללה מחוברת למעגל פתוח.

7.3 עוצמתו של הכא"מ המושרה

כנגד הדמיון הקיים בין כא"מ של סוללה המחוברת במעגל ובין כא"מ המושרה בחלק המעגל הנע בתוך שדה מגנטי, קיים ביניהם גם הבדל חשוב. האנרגיה שהסוללה מעניקה לכל יחידת מטען העוברת בה מקורה כידוע באנרגיה הכימית האגורה בסוללה. האנרגיה המוקנית לכל יחידת מטען העוברת דרך התיל נובעת, לעומת זאת, מהעבודה המתבצעת בשעה שמניעים את התיל ℓ במהירות קבועה $\vec{v}$ בשדה המגנטי $\vec{B}$. הראינו כבר כי בשעה שהתיל נע בשדה המגנטי זורם דרכו ודרך המעגל זרם מושרה שעוצמתו i. לפיכך פועל על התיל כוח אלקטרומגנטי $F = i\ell B$ אשר כיוונו מנוגד לכיוון מהירות התיל $\vec{v}$ (תרשים 7.4). כדי שכוח זה לא יאיט את מהירות התנועה של התיל עלינו להפעיל כוח נגדי F', שעוצמתו שווה לעוצמת הכוח F ואשר כיוונו ככיוון



תרשים 7.4

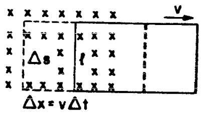
תנועת התיל: $F' = F = i\ell B$. אם התיל עובר במשך הזמן Δt דרך Δx ($\Delta x = v\Delta t$), יבצע הכוח F' את העבודה W:

$$W = F'\Delta x = i\ell Bv\Delta t$$

עבודה זאת היא מקור האנרגיה המופקת במעגל המתבטאת בזרימת זרם i במשך זמן Δt. אנרגיה זו שווה לעבודה המושקעת בסימן מנוגד. עתה נוכל לחשב את הכא"מ המושרה הנובע מתנועת התיל. במשך הזמן Δt עוברת בתיל כמות מטען $q = i\Delta t$. הכא"מ המושרה, שהוא האנרגיה המוענקת ליחידת מטען העוברת במעגל, יהיה לפיכך:

$$\varepsilon = \frac{-W}{q} = \frac{-i\ell Bv\Delta t}{i\Delta t} = -\ell Bv$$

כעת נראה כי את הכא"מ המושרה אפשר לבטא גם בנוסחה אחרת, נוסחה שאת חשיבותה המיוחדת נכיר בהמשך הפרק.



תרשים 7.5

כתוצאה מתנועת המעגל משתנה השטח של חלק המעגל הנמצא בתוך השדה המגנטי. מתרשים 7.5 אנו למדים כי במשך הזמן Δt קטן שטח המעגל הנמצא בתוך השדה המגנטי האחיד B ב-ΔS ומתקיים:

$$\varepsilon = \frac{-i\ell Bv\Delta t}{i\Delta t} = \frac{-B\cdot\Delta S}{\Delta t}$$

בפרק ד' הגדרנו את השטף ϕ_E של שדה חשמלי $\vec{E}$ דרך משטח $\vec{S}$: $\phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{s}$ באופן דומה נוכל להגדיר גם שטף ϕ_B של שדה מגנטי $\vec{B}$ דרך $\vec{S}$: $\phi_B = \int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}$.* מכיוון שהמעגל שלנו נמצא בשדה מגנטי אחיד המאונך לשטח המוגבל ע"י המעגל, הרי שאם השטח של חלק המעגל הנמצא בשדה מגנטי הוא S, יהיה השטף המגנטי דרך המעגל באותו רגע, ϕ_B, ומתקיים $\phi_B = B\cdot S$.

---

*יחידת השטף המגנטי $[\phi_B] = \text{Tesla} \times m^2$ נקראת Weber, לפיכך $\text{Weber} = \text{Tesla} \times m^2$, או $\text{Tesla} = \frac{\text{Weber}}{m^2}$.

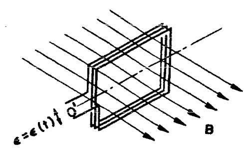
7.7 שימושים בהשראה אלקטרומגנטית

גילוי תופעת ההשראה האלקטרו-מגנטית וחקירתה ע"י פרדיי, הנרי ואחרים השפיעה השפעה עצומה על התפתחות הפיסיקה, ובמידה גדולה אולי אף יותר - על התפתחות הטכנולוגיה במאה ה-19. לפני גילוי זה, כשמקורות הזרם במעגלים החשמליים היו סוללות ותאים כימיים בלבד, לא ניתן היה להפיק אנרגיה חשמלית בכמויות גדולות ובמחירים סבירים. בניית מעגלים חשמליים שימשה את הפיסיקאים לצרכי מחקריהם, אך היתה כמעט חסרת כל חשיבות לגבי חיי היום-יום והטכנולוגיה של אותם הימים. אולם כשנתברר כי באמצעות השראה אלקטרו-מגנטית אפשר להפוך אנרגיה מכנית לאנרגיה חשמלית, נפתח הפתח להפקת אנרגית חשמלית בקנה מידה גדול ומעשיתי, ולאחר שלמדו גם כיצד להעביר את האנרגיה החשמלית למרחקים גדולים בצורה יעילה ובלי הפסדים ניכרים, התחיל תהליך ה"חישמול" האופייני כל-כך לחיים המודרניים. להלן נתאר בקיצור את שני המיתקנים שעל פעולתם בעיקר מבוססת הפקת האנרגיה החשמלית וניצולה: הגנרטור לזרם חילופין והשנאי (הטרנספורמטור).

7.8 גנרטור לזרם חילופין

סליל בעל n כריכות תיל מלבניות סובב במהירות זוויתית $\omega = 2\pi f$ על ציר OO' המאונך לשדה מגנטי אחיד שעוצמתו $\vec{B}$ (תרשים 7.10). ברגע שמישור הסליל מאונך לשדה המגנטי (נניח שדבר זה קורה ברגע $t = 0$), השטף המגנטי דרכו הוא מקסימלי:

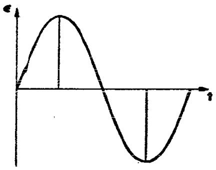
$$\phi_{B\,max} = BS$$



תרשים 7.10: סליל מסתובב בשדה מגנטי

במשך הזמן t סובב הסליל ביחס למצבו ההתחלתי בזווית $\alpha = \omega t$, והשטף המגנטי דרכו משתנה ומקבל את הערך $\phi_B(t) = BS\cos(\omega t)$.
סיבוב הסליל בתוך השדה המגנטי גורם לשינוי מתמיד בשטף המגנטי דרכו ויוצר בו, לפיכך, כא"מ מושרה, אותו נוכל לחשב:

$$\varepsilon(t) = -n\frac{d\phi_B}{dt} = \omega BnS\sin(\omega t) = \varepsilon_{max}\sin(\omega t)$$

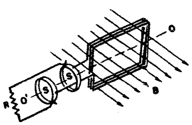


תרשים 7.11: מתח סינוסואידלי

הכא"מ המושרה בסליל אינו קבוע, איפוא, אלא משתנה באופן מחזורי, שינוי סינוסואידלי (תרשים 7.11).

הנוסחה שפיתחנו קובעת את ערכו הרגעי של הכא"מ. מנוסחה זאת נובע כי הכא"מ המושרה מגיע לערכו המקסימלי $\varepsilon_{max} = \omega BnS$ כאשר $\sin(\omega t) = 1$, זאת אומרת כאשר מישור הסליל מקביל לשדה. במצב זה שטף השדה דרך הסליל אמנם מתאפס, אולם קצב שינוי השטף דרכו הוא מקסימלי. לעומת זאת, כשהסליל מאונך לקווי השדה (ז"א כאשר $\omega t = 0, \pi, 2\pi, ...$), השטף דרכו מקסימלי, אולם קצב שינוי השטף, השווה לכא"מ המושרה, מתאפס.

עד כה דנו בכא"מ המושרה בסליל. אולם אם קצות הסליל מחוברים בצורה מתאימה למוליך חיצוני (למשל באמצעות טבעות מתכת, "הקולקטורים" עליהן נשענות בלחץ "מברשות" כמתואר בתרשים 7.12) כך שהסליל יחד עם המוליך מהווים מעגל סגור שהתנגדותו הכוללת היא R, יזרום דרך המעגל זרם מושרה:

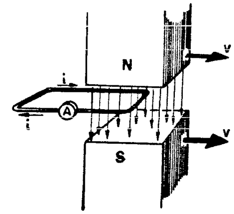


תרשים 7.12

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{\varepsilon_{max}}{R}\sin(\omega t) = i_{max}\sin(\omega t)$$

גם הזרם במעגל משתנה שינוי סינוסואידלי עם הזמן ומגיע לערכו המקסימלי יחד עם הכא"מ המושרה ומתאפס יחד איתו.

סליל המסתובב בשדה מגנטי אחיד מיצג איפוא גנרטור (מחולל) לזרם חילופין בצורתו הפשוטה. קיימת כמובן גם האפשרות לחולל זרם חילופין ע"י סליל קבוע

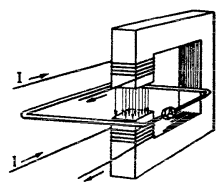


תרשים 7.8: תנועה יחסית בין מעגל חשמלי ושדה מגנטי

מסתבר איפוא כי רק המהירות היחסית בין השדה המגנטי ובין המעגל היא הקובעת את הכא"מ המושרה.

7.6 שינויי שטף של מגנטי והשראה אלקטרומגנטית

בסעיפי הפרק הקודמים ראינו כי תנועת מעגל חשמלי ביחס לשדה מגנטי קבוע, או תנועת שדה מגנטי קבוע ביחס למעגל חשמלי, גורמת להיווצרות כא"מ מושרה במעגל וכא"מ זה אפשר לבטא כקצב שינוי השטף המגנטי במעגל. אולם את השטף המגנטי במעגל חשמלי אפשר לשנות גם מבלי שתהיה תנועה של המעגל ביחס לשדה. כך, למשל, אם השדה המגנטי נוצר ע"י אלקטרומגנט, יגרום שינוי הזרם החשמלי בסליל האלקטרומגנט לשינוי השדה המגנטי, ואיתו ישתנה כמובן גם השטף המגנטי דרך המעגל (תרשים 7.9).



תרשים 7.9

ניסויים שבוצעו ע"י פרדיי וע"י פיסיקאים אחרים הראו כי גם במקרה זה שינוי השטף המגנטי גורם להיווצרות כא"מ מושרה ε במעגל, ומתקיים: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$. (עברנו מהנוסחה $\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}$ - לנוסחה הדיפרנציאלית $\frac{d\phi_B}{dt}$ -, כדי לכלול בדיוננו גם את המקרים בהם קצב שינוי השטף המגנטי במעגל איננו קבוע במשך הזמן. במקרים אלה מבטאת הנוסחה את הכא"מ המושרה הרגעי וכא"מ זה הוא פונקציה של הזמן). במקרה שהמעגל בנוי מ-n כריכות, יהיה הכא"מ המושרה:

$$\varepsilon = -n\frac{d\phi_B}{dt}$$

נמק!

הגענו איפוא למסקנות החשובות הבאות:

א. בכל פעם שמשתנה השטף המגנטי דרך המעגל החשמלי נוצר כא"מ מושרה במעגל. הכא"מ המושרה מזרים במעגל סגור זרם מושרה המעכב את סיבת יצירתו.

ב. שינוי השטף המגנטי דרך המעגל יכול להגרם ע"י שני תהליכים שונים:

1. קיימת תנועה יחסית בין המעגל ובין השדה המגנטי.

2. המעגל נמצא במנוחה ביחס לשדה המגנטי, אולם השדה המגנטי משתנה - בעוצמתו או בכיוונו או בשניהם.

בתהליך (1) הכא"מ המושרה הוא תוצאה של כוח לורנץ הפועל על המטענים בחלקי המעגל הנמצאים בתנועה ביחס לשדה המגנטי. בתהליך (2), לעומת זאת, המטענים המצויים בחלקי המעגל השונים יכולים להמצא באזור שהם כולו מחוץ לשדה המגנטי (תרשים 7.9), ולכן אי אפשר לראות בכוח לורנץ את הגורם להיווצרות הכא"מ המושרה*.

על אף אופיים השונה מאוד של שני התהליכים, עובדה מפתיעה היא כי הכא"מ המושרה הנוצר על ידי כל אחד מהם מוצא את ביטוי באותה נוסחה מסכמת: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$. במלים אחרות: הכא"מ המושרה שווה לקצב שינוי השטף המגנטי דרך המעגל מבלי להיות תלוי באופן בו מושג שינוי שטף זה.

---

*הסבר מקיף יותר לתהליך (2) תמצאו בהמשך הפרק, בסעיף הדן בשדה חשמלי הנוצר ע"י שטף מגנטי משתנה.

המכפלה $B\cdot\Delta S$, המהווה את מונה השבר המבטא את הכא"מ המושרה ε מיצגת, לעומת זאת, את השינוי בשטף המגנטי דרך המעגל, $\Delta\phi_B$, שינוי אשר נגרם במשך הזמן Δt על ידי תנועת המעגל בתוך השדה המגנטי.

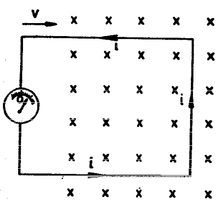
נוסחת הכא"מ המושרה במעגל שלנו יכולה איפוא לקבל צורה חדשה:

$$\varepsilon = \frac{-B\cdot\Delta S}{\Delta t} = -\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}$$

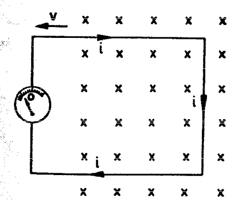
ובמלים: הכא"מ המושרה עקב תנועת מעגל בתוך שדה מגנטי שווה בגודלו, אך הפוך בסימנו, לקצב שינוי השטף המגנטי דרך המעגל.

7,4 חוק לנץ

במשוואת הכא"מ המושרה, אותה פיתחנו בסעיף הקודם, מופיע סימן "מינוס" באגף הימני. מהי משמעותו הפיסיקלית של סימן זה במשוואה?



תרשים 7.6



תרשים 7.7

נניח כי זרם מושרה נוצר במעגל כתוצאה מכך שהשטף המגנטי דרכו גדל. תרשים 7.6 מתאר מעגל הנמצא בתוך שדה מגנטי אחיד שכיוונו לתוך מישור המעגל. המעגל נע במהירות $\vec{v}$ ימינה, לתוך השדה המגנטי $\vec{B}$, ולכן גדל השטף המגנטי ϕ_B העובר דרכו. כתוצאה מתנועת המעגל, ועל סמך מה שנאמר בסעיפי הפרק הקודמים, יזרום בו זרם מושרה שמגמתו מנוגדת למגמת סיבובם של מחוגי השעון. זרם זה ייצור שדה מגנטי המכוון ממישור המעגל החוצה, זאת אומרת כיוונו מנוגד לכיוון השדה המקורי. באופן דומה, כאשר המעגל ינוע בתוך השדה המגנטי שמאלה, כך שהשטף המגנטי דרכו יקטן (תרשים 7.7), יזרים בו הכא"מ המושרה זרם במגמת סיבובם של מחוגי השעון וזרם זה ייצור שדה מגנטי שכיוונו לתוך מישור המעגל, ז"א בכיוון השדה המקורי. מתברר איפוא כי כאשר תנועת המעגל גורמת להגדלת השטף

המגנטי דרכו, פועל הזרם המושרה במגמה של הקטנת גידול השטף, בעוד שכאשר תנועת המעגל גורמת להקטנת השטף, פועל הזרם המושרה במגמה של הגדל השטף. לגבי שני המקרים הנ"ל אפשר לנסח איפוא משפט מסכם: הכא"מ המושרה מזרים במעגל הסגור זרם מושרה המעכב את סיבת יצירתו.

אולם משפט זה נכון לא רק לגבי שני המקרים שתארנו. בהתבססנו על חוק שימור האנרגיה נוכל להראות כי הכא"מ המושרה, ובעקבותיו, כשהמדובר במעגל סגור, גם הזרם המושרה, פועלים תמיד נגד מגמת שינוי השטף המגנטי דרך המעגל. שהרי אילו הזרם המושרה היה יוצר שדה מגנטי המסייע למגמת השינוי בשטף המגנטי המקורי, היה השינוי בשטף המגנטי גדל, כתוצאה מכך היה הכא"מ המושרה גדל ואיתו היה גדל גם הזרם המושרה, זרם שמצידו היה מגדיל עוד יותר את השינוי בשטף המגנטי, שהיה יוצר כא"מ מושרה מוגדל וכך הלאה וכך הלאה, ללא גבול. כל זה - בלי צריכת אנרגיה ממקור חיצוני, והרי זה בניגוד לחוק שימור האנרגיה. מסתבר איפוא כי חוק שימור האנרגיה מחייב שהזרם המושרה ייצור שטף מגנטי שיהיה מנוגד תמיד לשינוי השטף המגנטי היוצר אותו, מבלי להיות תלוי באופן בו נוצר השינוי בשטף המגנטי. (בהקשר לכך, ראה הכתוב בסעיף 7.6). עובדה זאת נתגלתה ע"י הפיסיקאי לנץ (Lenz) ונקראת על שמו: חוק לנץ.

עקרון דומה, של מעין "התנגדות" לשינוי במצב של מערכת, קיים גם בכימיה. לפי עקרון זה, הנקרא על שם מנסחו "עקרון לה-שטליה", אם מערכת בשיווי משקל דינמי נתונה להשפעה חיצונית, מתרחשים במערכת תהליכים הנוטים לבטל השפעה זאת. אפשר לראות את חוק לנץ ואת עקרון לה-שטליה כנובעים שניהם מהחוק הכללי יותר - חוק שימור האנרגיה.

7.5 תנועה יחסית

נניח כי במקום לגרור מעגל סגור במהירות $\vec{v}$ בניצב לשדה מגנטי $\vec{B}$, אנו גוררים שדה מגנטי $\vec{B}$ במהירות $\vec{v}$ בניצב לאותו מעגל. כדי לבצע זאת, נתאר לעצמנו כי המגנט מושם על גבי עגלה הנוסעת במהירות $\vec{v}$ ימינה, כאשר מחזיקים את המעגל במנוחה ביחס לאדמה (תרשים 7.8). מנקודת ראותו של צופה הנמצא על האדמה, המגנט והשדה שלו נעים ומתרחקים ימינה, בעוד שהמעגל הסגור קבוע ועומד במקומו. אך לגבי צופה הנמצא על העגלה הנעה המגנט שרוי במנוחה, והמעגל נע שמאלה במהירות $\vec{v}$. מנקודת מבטו של צופה זה, הניסוי דומה בדיוק לניסוי שתארנו בסעיף הקודם. הוא מצפה איפוא כי במעגל יווצר אותו כא"מ מושרה כמקודם. ואמנם, כאשר מודדים את הכא"מ המושרה, מוצאים כי ערכו שווה לערך הקודם.

המבטא את הכא"מ המושרה ε מיצגת, לעומת
עגל, $\Delta\phi_B$, שינוי אשר נגרם במשך הזמן Δt
טי.

לה איפוא לקבל צורה חדשה:

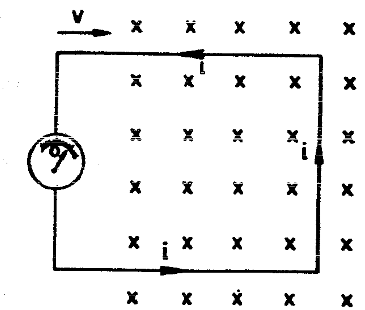
$\varepsilon =$

עגל בתוך שדה מגנטי שווה בגודלו, אך הפוך
ר המעגל.

בסעיף הקודם, מופיע סימן "מינוס" באגף
סימן זה במשוואה?

אה
7.6
יד
בע
$\vec{B}$,
ו.

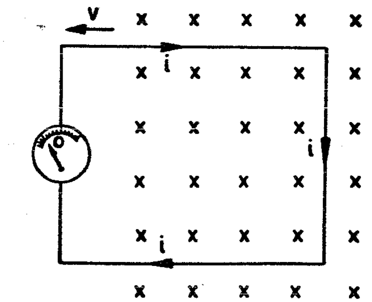
בו
ובם



תרשים 7.6

יה

(7,



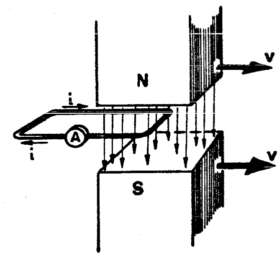
המגנטי דרכו, פועל הזרם המושרה במגמה של הקטנת גידול השטף, בעוד שכאשר
תנועת המעגל גורמת להקטנת השטף, פועל הזרם המושרה במגמה של הגדל השטף.
לגבי שני המקרים הנ"ל אפשר לנסח איפוא משפט מסכם: הכא"מ המושרה מזרים
במעגל הסגור זרם מושרה המעכב את סיבת יצירתו.

אולם משפט זה נכון לא רק לגבי שני המקרים שתארנו. בהתבססנו על חוק ש
האנרגיה נוכל להראות כי הכא"מ המושרה, ובעקבותיו, כשהמדובר במעגל סגו
גם הזרם המושרה, פועלים תמיד נגד מגמת שינוי השטף המגנטי דרך המעגל.
אילו הזרם המושרה היה יוצר שדה מגנטי המסייע למגמת השינוי בשטף המגנט
המקורי, היה השינוי בשטף המגנטי גדל, כתוצאה מכך היה הכא"מ המושרה גד
ואיתו היה גדל גם הזרם המושרה, זרם שמצידו היה מגדיל עוד יותר את השי
בשטף המגנטי, שהיה יוצר כא"מ מושרה מוגדל וכך הלאה וכך הלאה, ללא גבו
כל זה - בלי צריכת אנרגיה ממקור חיצוני, והרי זה בניגוד לחוק שימור ה
מסתבר איפוא כי חוק שימור האנרגיה מחייב שהזרם המושרה ייצור שטף מגנט
שיהיה מנוגד תמיד לשינוי השטף המגנטי היוצר אותו, מבלי להיות תלוי בא
נוצר השינוי בשטף המגנטי. (בהקשר לכך, ראה הכתוב בסעיף 7.6). עובדה
נתגלתה ע"י הפיסיקאי לנץ (Lenz) ונקראת על שמו: חוק לנץ.

עקרון דומה, של מעין "התנגדות" לשינוי במצב של מערכת, קיים גם בכימיה
לפי עקרון זה, הנקרא על שם מנסחו "עקרון לה-שטליה", אם מערכת בשיווי
דינמי נתונה להשפעה חיצונית, מתרחשים במערכת תהליכים הנוטים לבטל השפ
זאת. אפשר לראות את חוק לנץ ואת עקרון לה-שטליה כנובעים שניהם מהחוק
יותר - חוק שימור האנרגיה.

7.5 תנועה יחסית

נניח כי במקום לגרור מעגל סגור במהירות $\vec{v}$ בניצב לשדה מגנטי $\vec{B}$, אנו ג
שדה מגנטי $\vec{B}$ במהירות $\vec{v}$ בניצב לאותו מעגל. כדי לבצע זאת, נתאר לעצמנ
המגנט מושם על גבי עגלה הנוסעת במהירות $\vec{v}$ ימינה, כאשר מחזיקים את המ
במנוחה ביחס לאדמה (תרשים 7.8). מנקודת ראותו של צופה הנמצא על האד
המגנט והשדה שלו נעים ומתרחקים ימינה, בעוד שהמעגל הסגור קבוע ועומד
אך לגבי צופה הנמצא על העגלה הנעה המגנט שרוי במנוחה, והמעגל נע שמא
במהירות $\vec{v}$. מנקודת מבט של צופה זה, הניסוי דומה בדיוק לניסוי שתאר
בסעיף הקודם. הוא מצפה איפוא כי במעגל יווצר אותו כא"מ מושרה כמקוד
ואמנם, כאשר מודדים את הכא"מ המושרה, מוצאים כי ערכו שווה לערך הקוד

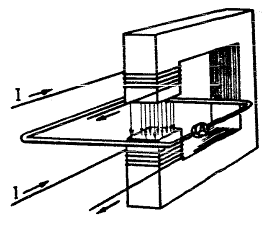


תרשים 7.8: תנועה יחסית בין מעגל חשמלי ושדה מגנטי

כי רק המהירות היחסית בין השדה המגנטי ובין המעגל היא הקובעת שרה.

שטף של מגנטי והשראה אלקטרומגנטית

קודמים ראינו כי תנועת מעגל חשמלי ביחס לשדה מגנטי קבוע, או נטי קבוע ביחס למעגל חשמלי, גורמת להיווצרות כא"מ מושרה במעגל " לבטא כקצב שינוי השטף המגנטי במעגל. אולם את השטף המגנטי אפשר לשנות גם מבלי שתהיה תנועה של המעגל ביחס לשדה. כך, למשל, זי נוצר ע"י אלקטרומגנט, יגרום שינוי הזרם החשמלי בסליל לשינוי השדה המגנטי, ואיתו ישתנה כמובן גם השטף המגנטי דרך (7.9.



ניסויים שבוצעו ע"י פרדיי וע"י פיסיקאים אחרים הראו כי גם במקרה זה שינוי השטף המגנטי גורם להיווצרות כא"מ מושרה ε במעגל, ומתקיים: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$. (עברנו מהנוסחה $-\frac{\Delta\phi_B}{\Delta t}$ לנוסחה הדיפרנציאלית $-\frac{d\phi_B}{dt}$, כדי לכלול בדיוננו גם את המקרים בהם קצב שינוי השטף המגנטי במעגל איננו קבוע במשך הזמן. במקרים אלה מבטאת הנוסחה את הכא"מ המושרה הרגעי וכא"מ זה הוא פונקציה של הזמן). במקרה שהמעגל בנוי מ-n כריכות, יהיה הכא"מ המושרה:

$$\varepsilon = -n\frac{d\phi_B}{dt}$$

נמק!

הגענו איפוא למסקנות החשובות הבאות:

א. בכל פעם שמשתנה השטף המגנטי דרך המעגל החשמלי נוצר כא"מ מושרה במעגל. הכא"מ המושרה מזרים במעגל סגור זרם מושרה המעכב את סיבת יצירתו.

ב. שינוי השטף המגנטי דרך המעגל יכול להגרם ע"י שני תהליכים שונים:

1. קיימת תנועה יחסית בין המעגל ובין השדה המגנטי.
2. המעגל נמצא במנוחה ביחס לשדה המגנטי, אולם השדה המגנטי משתנה - בעוצמתו או בכיוונו או בשניהם.

בתהליך (1) הכא"מ המושרה הוא תוצאה של כוח לורנץ הפועל על המטענים בחלקי המעגל הנמצאים בתנועה ביחס לשדה המגנטי. בתהליך (2), לעומת זאת, המטענים המצויים בחלקי המעגל השונים יכולים להמצא באזור שהם כולו מחוץ לשדה המגנטי (תרשים 7.9), ולכן אי אפשר לראות בכוח לורנץ את הגורם להיווצרות הכא"מ המושרה*.

על אף אופיים השונה מאוד של שני התהליכים, עובדה מפתיעה היא כי הכא"מ המושרה הנוצר על ידי כל אחד מהם מוצא את ביטוי באותה נוסחה מסכמת: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$. במלים אחרות: הכא"מ המושרה שווה לקצב שינוי השטף המגנטי דרך המעגל מבלי להיות תלוי באופן בו מושג שינוי שטף זה.

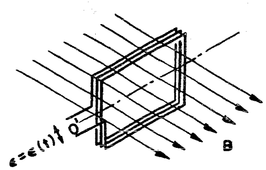
שים בהשראה אלקטרומגנטית

ז ההשראה האלקטרו-מגנטית וחקירתה ע"י פרדיי, הנרי ואחרים השפיעה
ה על התפתחות הפיסיקה, ובמידה גדולה אולי אף יותר - על התפתחות
במאה ה-19. לפני גילוי זה, כשמקורות הזרם במעגלים החשמליים
ותאים כימיים בלבד, לא ניתן היה להפיק אנרגיה חשמלית בכמויות
חירים סבירים. בניית מעגלים חשמליים שימשה את הפיסיקאים לצרכי
ך היתה כמעט חסרת כל חשיבות לגבי חיי היום-יום והטכנולוגיה של
. אולם כשנתברר כי באמצעות השראה אלקטרו-מגנטית אפשר להפוך
ית לאנרגיה חשמלית, נפתח הפתח להפקת אנרגית חשמלית בקנה מידה
תי, ולאחר שלמדו גם כיצד להעביר את האנרגיה החשמלית למרחקים
רה יעילה ובלי הפסדים ניכרים, התחיל תהליך ה"חישמול" האופייני
ם המודרניים. להלן נתאר בקיצור את שני המיתקנים שעל פעולתם
ססת הפקת האנרגיה החשמלית וניצולה: הגנרטור לזרם חילופין והשנאי
מטור).

טור לזרם חילופין

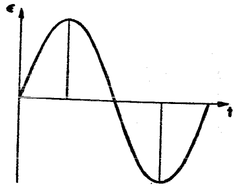
ת כריכות תיל מלבניות סובב במהירות זוויתית $\omega = 2\pi f$ על ציר OO'
דה מגנטי אחיד שעוצמתו $\vec{B}$ (תרשים 7.10). ברגע שמישור הסליל מאונך
טי (נניח שדבר זה קורה ברגע $t = 0$), השטף המגנטי דרכו הוא מקסימלי:

$$\phi_{B\,max} = BS$$



תרשים 7.10: סליל מסתובב בשדה מגנטי

ן t סובב הסליל ביחס למצבו ההתחלתי בזוית $\alpha = \omega t$, והשטף המגנטי
זנה ומקבל את הערך $\phi_B(t) = BS\cos(\omega t)$.
סליל בתוך השדה המגנטי גורם לשינוי מתמיד בשטף המגנטי דרכו ויוצר

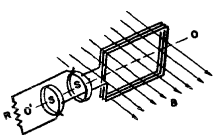


תרשים 7.11: מתח סינוסואידלי

הכא"מ המושרה בסליל איננו קבוע, איפוא, אלה משתנה באופן מחזורי, שינוי סינוסואידלי (תרשים 7.11).

הנוסחה שפיתחנו קובעת את ערכו הרגעי של הכא"מ. מנוסחה זאת נובע כי הכא"מ המושרה מגיע לערכו המקסימלי $\varepsilon_{max} = \omega BnS$ כאשר $\sin(\omega t) = 1$, זאת אומרת כאשר מישור הסליל מקביל לשדה. במצב זה שטף השדה דרך הסליל אמנם מתאפס, אולם קצב שינוי השטף דרכו הוא מקסימלי. לעומת זאת, כשהסליל מאונך לקוי השדה (ז"א כאשר $\omega t = 0, \pi, 2\pi, ...$), השטף דרכו מקסימלי, אולם קצב שינוי השטף, השווה לכא"מ המושרה, מתאפס.

עד כה דנו בכא"מ המושרה בסליל. אולם אם קצות הסליל מחוברים בצורה מתאימה למוליך חיצוני (למשל באמצעות טבעות מתכת, "הקולקטורים" עליהן נשענות בלחץ "מברשות" כמתואר בתרשים 7.12) כך שהסליל יחד עם המוליך מהווים מעגל סגור שהתנגדותו הכוללת היא R, יזרום דרך המעגל זרם מושרה:

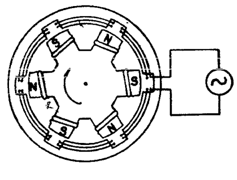


תרשים 7.12

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{\varepsilon_{max}}{R}\sin(\omega t) = i_{max}\sin(\omega t)$$

גם הזרם במעגל משתנה שינוי סינוסואידלי עם הזמן ומגיע לערכו המקסימלי יחד עם הכא"מ המושרה ומתאפס יחד איתו.

סתובב מגנט ואיתו השדה המגנטי שלו (תרשים 7.13). בשעת סיבוב השטף המגנטי שלו דרך הסליל כא"מ חילופין בין קצות טורים גדולים ומורכבים, כמו בתחנות הכוח של חברת החשמל, כלל לפי שיטה זאת, אלא ה שלהם מסובכים הרבה יותר. זה לא נתעכב על פרטי מיבנה



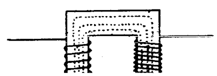
תרשים 7.13: גנרטור

ור בעקבות גילוי תופעות ההשראה האלקטרומגנטית היווה רק את הצעד יכת "חשמול" החברה המודרנית. משנמצאה דרך יעילה להפקת כמויות אנרגיה חשמלית ע"י ניצולם של מקורות אנרגיה טבעיים, כגון חומרי ...ים, התעורר גם הצורך להעביר אנרגיה זאת ממקום הפקתה לאזורי ...וחקים לעתים ממקום ההפקה מרחק רב.

... של אנרגיה חשמלית, באמצעות תילי הולכה מתחנת הכוח בה מצויים לאזורי הצריכה המרוחקים, היא תהליך בזבזני ביותר. הביזבוז נובע ...עובדה שאנרגיה חשמלית הופכת בתילי ההולכה לחום. כך, למשל, אם ...פקו $P = Vi$ מספק את הזרם i לצרכנים דרך רשת שהתנגדותה R, יתבזבז i^2R, בגלל חימום תילי ההולכה. כדי להקטין עד כמה שאפשר הפסד ...ביחס ישר לריבוע עוצמת הזרם i, רצוי להעביר את ההספק החשמלי לצרכנים בזרם נמוך עד כמה שאפשר, ולכן במתח גבוה. לעומת זאת, ואף למיתקנים תעשיתיים רבים, חייבים להשתמש, מטעמי בטיחות ובגלל ..., במתחים נמוכים יחסית. את שתי הפעולות - של העלאת המתח והורדת כאשר מעבירים אנרגיה חשמלית למרחקים, ושל הורדת המתח והעלאת כאשר צורכים את האנרגיה החשמלית, מבצעים באמצעות שנאים.

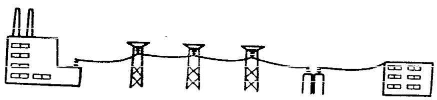
(טרנספורמטור)

בעיקרו משני סלילים מבודדים זה מזה המלופפים על ליבת ברזל ...שים 7.14). זרם חילופין הזורם ...רני מחולל שטף מגנטי מתחלף ...יל המשני. תפקיד הליבה להגביר ...ת את השטף המגנטי ולרכזו בתוכה ...בו ישטוף דרך שני הסלילים.



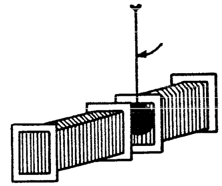
הסליל המשני, יזרום בו זרם חילופין. הספק חשמלי מועבר איפוא מהסליל הראשוני לסליל המשני באמצעות השטף המגנטי המשתנה דרך הליבה. הפרטים המלאים והמדויקים של תהליך העברת ההספק החשמלי מסליל לסליל מסובכים למדי. קיימים בתהליך זה הפסדים מסוימים של אנרגיה חשמלית, בגלל זרמי מערבולת (ראה להלן) ובגלל סיבות אחרות, אולם במרבית השנאים אפשר להקטין הפסדים אלה במידה ניכרת ולהשיג נצילות גבוהה, המגיעה ל-98% - 99%.

במקרה המיוחד והפשוט של שנאי שאין בו הפסדי אנרגיה חשמלית ואשר מעגל הסליל המשני שלו פתוח, ניתן להראות כי הכא"מ המושרה בסליל המשני, ε_2, מתיחס לכא"מ המופעל על הסליל הראשוני, ε_1, כיחס בין מספר הליפופים של הסלילים: $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{n_2}{n_1}$. לפיכך, על ידי בחירה מתאימה של יחס מספר הליפופים $\frac{n_2}{n_1}$, אפשר להפיק מכא"מ ראשוני נתון, ε_1, כל כא"מ משני רצוי, ε_2. כל זה כאשר המעגל המשני פתוח; עתה, אם סוגרים את המעגל המשני, יתחיל לזרום בו זרם מושרה i_2. אם אין הפסדי אנרגיה חשמלית בשנאי, ההספק המופק במעגל הסליל המשני חייב להיות שווה להספק המועבר ממעגל הסליל הראשוני: $\varepsilon_2 i_2 = \varepsilon_1 i_1$. לפיכך, במקרה אידיאלי זה, אם מספר ליפופי הסליל המשני, n_2, גדול ממספר הליפופים בסליל הראשוני, n_1, יועלה הכא"מ (המתח) במעגל הסליל המשני: $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{n_2}{n_1} > \varepsilon_1$, ובה במידה תורד בו עוצמת הזרם $i_2 = i_1 \frac{n_1}{n_2}$. שנאי בו $n_2 >> n_1$ יעלה איפוא במידה ניכרת את הכא"מ על חשבון עוצמת הזרם מבלי לשנות את ההספק, ויוכל לשמש כמיתקן מתאים להעברה יעילה של אנרגיה חשמלית למרחקים. באזור בו נצרכת האנרגיה החשמלית צריך יהיה, כמובן, להשתמש בשנאי שמספר ליפופי הסליל המשני שלו, n_2, קטן בהרבה ממספר ליפופי הסליל הראשוני, n_1. שנאי זה יספק אנרגיה חשמלית בכא"מ (מתח) נמוך יחסית, אך עוצמת הזרם שאפשר לקבל ממנו תהיה גדולה.



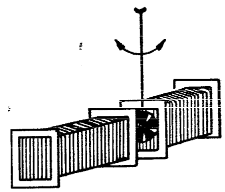
7.10 זרמי מערבולת

עד כה דנו בזרמי השראה שנוצרו בתילים. אולם זרמים כאלה מופיעים גם בגושי



תרשים 7.15

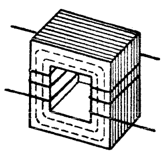
. הבלימה נגרמת על ידי זרמים מושרים בנחושת עקב תנועתה בשדה
מים אלה מעכבים את סיבת יצירתם (חוק לנץ). הזרמים המושרים
רשת בקוים עקומים סגורים, ולכן קוראים להם זרמי מערבולת, או גם,
, זרמי פוקו (Foucault).



תרשים 7.16

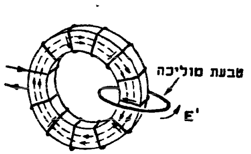
המטוטלת אמנם נבלמה
לתם של זרמי מערבולת,
תה במטוטלת שצורתה
שים 7.16. מתברר כי
חלשה יותר, סימן
ו "השיבלים" הפריעו
זרמי המערבולת.
במטוטלת עם "השיבלים"
נטי קטן יותר מאשר
גילה.

משים בזרמי מערבולת כדי לרסן את תנועתם או את סיבובם של חלקים
כשירים שונים (למשל בלימה מגנטית של מאזניים רגישים). אולם
שתדלים למנוע את היווצרותם
רבולת, כי האנרגיה הדרושה
פכת לחום והולכת לאיבוד
למשל בשנאים משתמשים
ל העשויות לא מגוש אחד,
ות ברזל מבודדים האחד
את כדי לצמצם עד כמה שאפשר



7.11 שדה חשמלי מסביב לשטף מגנטי משתנה

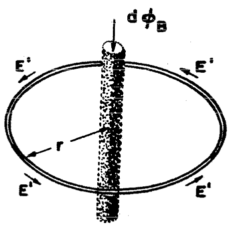
נוכחנו לדעת כי שטף מגנטי המשתנה עם הזמן יוצר במעגל כא"מ מושרה, אפילו אם השטף המגנטי מצוי רק באזור הקרוב למרכז המעגל, זאת אומרת הרחק מהמוליכים הבונים אותו. אם המעגל סגור, מלווה הכא"מ בזרם מושרה וקיומו של זרם זה פרושו כי על המטענים החופשיים במעגל (האלקטרונים) פועל כוח הדוחף אותם לאורכו, כוח המבצע ע"י כך עבודה, ומעניק להם כתוצאה מכך - אנרגיה.



תרשים 7.18

אולם מה טיבו של כוח זה ומהו המנגנון הפיסיקלי היוצר אותו? כבר ראינו מדוע הכוח הדוחף את המטענים לאורך המעגל איננו יכול להיות כוח לורנץ (שהרי המטענים מתחילים את תנועתם ממצב מנוחה והשדה המגנטי באזור בו הם מצויים הוא אפס). אם הכוח הפועל על המטענים החופשיים איננו כוח לורנץ, לא נותר לנו אלא להניח כי מקורו בשדה חשמלי $\vec{E}'$, שדה הנוצר כתוצאה משינוי השטף המגנטי העובר דרך המעגל (תרשים 7.18).

אפשר להוכיח את קיומו של שדה זה ולבדוק את תכונותיו באמצעות חלקיקים טעונים - אלקטרונים, למשל. על ידי התחקות אחרי מסלול האלקטרונים נוכחים לדעת כי קוי השדה מסביב לשטף המגנטי המשתנה מהווים מעגלים קונצנטריים, בדומה לקוי השדה המגנטי המקיפים תיל שדרכו זורם זרם חשמלי. מטעמי סימטריה ברור כי עוצמתו של השדה החשמלי בכל הנקודות הרחוקות אותו מרחק r ממרכז המעגלים הקונצנטריים - קבועה (תרשים 7.19).

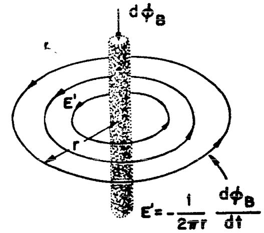


תרשים 7.19

לפיכך, כאשר יחידת מטען חיובי מוסעת לאורך קו שדה מעגלי, היא נדחפת על ידי שדה בעל עוצמה קבועה E' לאורך הדרך $2\pi r$. כתוצאה מכך מקבלת יחידת המטען מן השדה החשמלי המושרה אנרגיה בשיעור: $E'\cdot 2\pi r$. אנרגיה זאת, המוענקת ליחידת מטען חיובית המקיפה מסלול מעגלי, אינה אלא הכא"מ המושרה,

$$E' \cdot 2\pi r = -\frac{d_{\phi B}}{dt}$$

$$E' = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\phi_B}{dt}$$



תרשים 7.20

ל דבר, השדה החשמלי המושרה
טף המגנטי משתנה - צורתו
עוצמתו נמצאת ביחס הפוך
האזור המרכזי של השטף
שדה זה מזכיר לנו בצורתו
המגנטי $\vec{B}$ המקיף זרם
אה פרק ה') לשני השדות,
, קוי שדה סגורים
, ולכן הקפתם איננה
מן החשבון שעשינו
ידועה, לנו, למעשה,
השדה החשמלי $\vec{E}'$:

$$\oint_C E' \cdot d\vec{r} = E' \cdot 2\pi r = -\frac{d_{\phi B}}{dt}$$

ול האינטגרציה הסגור, במקרה שלנו - מעגל)

ם כן שתי שיטות שונות של יצירת שדות חשמליים:

אלקטרוסטטיים נוצרים ע"י מטענים הנמצאים במנוחה. שדות אלה סומנו $\vec{E}$, קוי השדה שלהם מתחילים במטענים חיוביים ומסתיימים במטענים יים או באין-סוף, והקפתם מתאפסת: $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$.

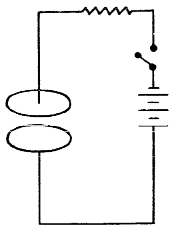
חשמליים נוצרים גם כתוצאה משינוי של שטף מגנטי (סימנו אותם ב- $\vec{E}'$), השדה שלהם סגורים, זאת אומרת אין להם התחלה או סוף, והקפתם שונה ושווה לכא"מ המושרה:

$$\oint_C \vec{E}' \cdot d\vec{r} = \varepsilon = -\frac{d_{\phi B}}{dt}$$

ת החשמליים פועלים על מטענים q בכוח $\vec{F}$ ומתקיים: $\vec{F} = q(\vec{E}+\vec{E}')$.
ון שמבחינת הפעולה על מטענים חשמליים לא קיים כל הבדל בין השדות,
תרים בדרך כלל על הסימון השונה $\vec{E}$ ו- $\vec{E}'$, ומסמנים באות $\vec{E}$ כל שדה

7.12 שדה מגנטי מסביב לשטף חשמלי משתנה

למדנו כי שטף מגנטי משתנה יוצר סביבו שדה חשמלי $\vec{E}'$ ושדה חשמלי זה דומה בצורתו לשדה מגנטי $\vec{B}$ הקיים מסביב לזרם חשמלי. נשאלת עתה השאלה מה קורה מסביב לשטף חשמלי משתנה? האם קיים שדה מגנטי המקיף את השטף החשמלי המשתנה, כשם שקיים שדה חשמלי המקיף שטף מגנטי משתנה?



תרשים 7.21

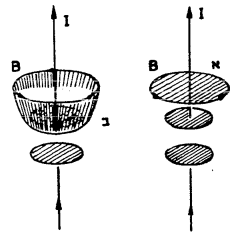
כדי לענות על שאלה זאת נסתכל במעגל המתואר בתרשים. במעגל זה מצויים ספק, נגד, תיל ארוך וישר, קבל שלוחותיו קרובים זה לזה ומפסק (תרשים 7.21). בפרק ב' למדנו כי כאשר סוגרים מעגל כזה יזרום דרכו זרם שעוצמתו פוחתת עם הזמן. תחילה, כאשר הקבל עדיין בלתי טעון, הזרם במעגל הוא מכסימלי. אולם עם טעינת הקבל, עוצמת הזרם במעגל יורדת והיא שואפת לאפס באופן אסימפטוטי.

נבדוק עתה מהו השדה המגנטי בקרבתו של התיל הארוך והישר, המהווה את רובו של המעגל. מכיוון שתיל זה מתמשך בקו ישר הרחק משני עברי לוחות הקבל, נוכל להניח שיתר חלקי המעגל רחוקים ואינם משפיעים על השדה המגנטי בקרבת התיל והקבל. לפיכך תהיה לשדה המגנטי בסביבה זאת סימטריה גלילית. בשעת טעינת הקבל, כאשר מטענים חשמליים מגיעים אל לוחותיו וזרם חשמלי זורם דרך התיל הישר, יווצר שדה מגנטי $\vec{B}$ בסביבת התיל. קווי שדה זה יהיו מעגלים שמרכזם על התיל, וברגע מסויים, כאשר עוצמת הזרם במעגל היא i, צריכה הקפתו של שדה זה לקיים את המשוואה:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = 2\pi r B = 4\pi K' i = \mu_o i$$

יתר על כן, על פי חוק אמפר, הקפתו של $\vec{B}$ לאורך המסלול המעגלי C מסביב לתיל הישר שווה למכפלה של μ_o בסכום האלגברי של הזרמים החודרים דרך משטח כלשהו המוגבל על ידי המסלול: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_o \Sigma i$ (פרק ה').

אם נבחר כמשטח המוגבל על ידי המסלול המעגלי C במשטח החותך את התיל שדרכו זורם הזרם (משטח א' בתרשים 7.22), תתקיים אמנם המשוואה אותה רשמנו קודם:



תרשים 7.22

כי הזרם i חודר דרך משטח זה. אולם אם נבחר כמשטח המוגבל על ידי המסלול המעגלי C במשטח שאיננו חותך בשום מקום את התיל המוליך, אלא עובר בין לוחות הקבל (למשל משטח ב' בתרשים 7.22) ניווכח כי דרך משטח זה לא זורמים כלל זרמים חשמליים, ולכן $\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_o \Sigma i = 0$.

לפנינו בעייה חמורה: בחירת שני המשטחים השונים, המוגבלים על-ידי אותו המסלול המעגלי C , נותנת ערכים שונים עבור הקפתו של השדה המגנטי $\vec{B}$, בניגוד גמור לחוק אמפר!

הפיסקאי האנגלי הדגול מקסוול (J.C. Maxwell), שהתלבט בבעייה זאת, הציע לישב אותה באופן הבא: בשעת טעינת הקבל לא זורם אמנם זרם חשמלי באזור שבין לוחותיו, אולם זרם הטעינה משנה את כמות המטען המצוי על לוחות הקבל. כתוצאה מכך משתנה עוצמת השדה $\vec{E}$ באזור שבין הלוחות, ויחד איתה משתנה גם השטף החשמלי, ϕ_E, המוגדר כמכפלת עוצמת השדה האחיד, E, בשטח אחד הלוחות, S. מקסוול הניח כי לגבי יצירת השדה המגנטי $\vec{B}$, קצב השינוי בשטף השדה החשמלי בין לוחות הקבל, $\frac{d\phi_E}{dt}$, אקוויולנטי לזרם הזורם ביתר חלקי המעגל. ואמנם חשבון פשוט מראה את הקשר הקיים בין עוצמת הזרם החשמלי במעגל, i, ובין קצב שינוי השטף בין לוחות הקבל, $\frac{d\phi_E}{dt}$. בפרק ג', סעיף 3.4, למדנו כי הקשר בין עוצמת השדה האחיד הקיים בין לוחות קבל ובין כמות המטען על לוחותיו מבוטא ע"י הנוסחא: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_o} = \frac{q}{\varepsilon_o S}$. מצד שני ידוע לנו כי לגבי עוצמת הזרם החשמלי במעגל מתקיימת המשוואה: $i = \frac{dq}{dt}$. מכאן נקבל את הקשר בין עוצמת הזרם במעגל ובין עוצמת השדה החשמלי

המשתנה בין לוחות הקבל:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(\varepsilon_o SE) = \varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$$

נחזור עתה להנחתו של מקסוול: כדי לישב את הסתירה שהזכרנו קודם, עלינו להוסיף לזרם החשמלי המופיע במשוואת ההקפה של השדה המגנטי $\vec{B}$ גם את "הזרם האקוויולנטי" הקיים באזור שבין לוחות הקבל, זאת אומרת את קצב השינוי בשטף החשמלי שם. לפי חוק אמפר נקבל:

$$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{r} = 2\pi rB = \mu_o \Sigma i = \mu_o\left(i + \frac{dq}{dt}\right) = \mu_o\left(i + \varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}\right)$$

עתה לא קיימת עוד הסתירה, כי אם נבחר כמשטח המוגבל על ידי המסלול C במשטח א' בתרשים בעמוד הקודם, משטח זה חותך את התיל אולם איננו עובר באזור שבין לוחות הקבל, ולכן מתקיים לגביו: $\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{r} = 2\pi rB = \mu_o i$. לעומת זאת, אם נבחר כמשטח המוגבל על ידי המסלול C במשטח ב' בתרשים, משטח זה איננו חותך את המוליכים במעגל והוא עובר באזור שבין לוחות הקבל. לגביו מתקיים: $\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{r} = 2\pi rB = \mu_o \varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$. אולם מכיוון שכבר הראינו כי: $i = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$, מובן שההקפה של השדה המגנטי $\vec{B}$ תהיה בעלת אותו ערך עבור שני המשטחים א' ו-ב', ולכן גם לגבי כל המשטחים האפשריים המוגבלים על ידי המסלול הסגור C. לגורם $\varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$, האקוויולנטי לזרם i מבחינת יצירת שדה מגנטי $\vec{B}$. קוראים בשם "זרם ההעתק" של מקסוול.

אנו רואים איפוא כי הנחתו של מקסוול כי זרם ההעתק $\varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$ אקוויולנטי לזרם חשמלי מבחינת יצירת שדה מגנטי $\vec{B}$, מישבת את הסתירה שהוזכרה לעיל. למעשה מתברר כי חשיבותו של זרם ההעתק רבה הרבה יותר. אם מסכמים את הקשרים בין המטען החשמלי, השדה החשמלי והשדה המגנטי בארבע משוואות:

חוק גאוס:

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_o}$$

חוק ההשראה:

$$\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

אין מטענים מגנטיים:

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

חוק אמפר עם הרחבת
מקסוול לגבי זרם העתק:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_o \left(i + \varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}\right)$$

אפשר להראות כי מקיומן של משוואות אלה נובעת האפשרות ליצר גלים אלקטרו-מגנטיים, ואלה מתפשטים בחלל ריק במהירות האור. יתר על כן, מקסוול טען כי האור עצמו מורכב מגלים אלקטרו-מגנטיים, ואנו נדון בכך בפרק הבא.

ארבע המשוואות הנ"ל המסכמות את חוקי האלקטרומגנטיות, נקראות גם "משוואות מקסוול" האינטגרליות.

7.13 הבטאטרון

יישום מענין וחשוב של חוקי ההשראה האלקטרו-מגנטית בפיסיקה אטומית הוא מאיץ האלקטרונים הנקרא בטאטרון ("בטאטרון" - על שם קרני β, שהם כידוע אלקטרונים מהירים מאוד הנפלטים מחומרים רדיואקטיביים).

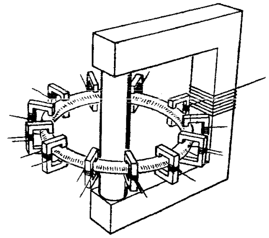
בפרק ו' ראינו כי על ידי הפעלה חוזרת של מתח חשמלי נמוך אפשר להאיץ מטענים חשמליים ולהקנות להם אנרגיות קינטיות גבוהות. ההפעלה החוזרת של המתח החשמלי מתאפשרת הודות לשדה מגנטי המטה את המטענים ממסלולם הישר, מאלץ אותם לנוע במסילה מעגלית, ובאופן כזה מחזיר אותם בכל פעם לאזור ההאצה (תרשים 7.23). אולם בעוד שברוב המאיצים השדה המגנטי משמש לשינוי כיוון תנועת החלקיקים הטעונים בלבד, מבלי לשנות את גודל מהירותם, מנצלים בבטאטרון שדה מגנטי משתנה לשתי מטרות:

א. להפעלת כוח לורנץ רדיאלי על האלקטרונים בשעת תנועתם כדי לאלצם לנוע במעגל בעל רדיוס קבוע.

ב. ליצירת שדה חשמלי מושרה, הנוצר כידוע מסביב לשטף מגנטי משתנה, כדי להאיץ את האלקטרונים ולהגדיל את האנרגיה הקינטית שלהם.

להלן תאור מפורט יותר של מיבנהו ואופן פעולתו של הבטאטרון. אל שפופרת טבעתית ריקה מאוויר מכניסים אלקטרונים הבאים ממאיץ מוקדם ונעים במהירות קרובה מאוד למהירות האור. שינוי שטף מגנטי במרכז הטבעת יוצר את השדה החשמלי ההיקפי המאיץ את האלקטרונים ומעניק להם בכל סיבוב אנרגיה השווה ל:

$$\Delta E_K = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} - \frac{\Delta\phi}{\Delta t}\ (eV)$$



תרשים 7.23: בטאטרון

האלקטרונים מואצים כתוצאה משינוי השטף המגנטי במשך רבע מחזור של מתח החילופין בלבד. (בארה"ב, בה תדירות מתח החילופין היא $f = 60\ \frac{cycle}{sec}$, יהיה זמן ההאצה: $\frac{1}{240}$ שניה = Δt). בזמן זה מספיק האלקטרון לבצע מספר הקפות n השווה לדרכו $c\Delta t$ מחולק בהיקף הטבעת $2\pi r$: $n = \frac{c\Delta t}{2\pi r}$.

תוספת האנרגיה שלו תהיה איפוא:

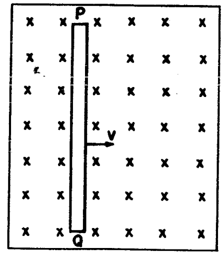
$$\Delta E_K = n\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{c\Delta t}{2\pi r}\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{c\Delta\phi}{2\pi r}$$

אם, לדוגמא, רדיוס הבטאטרון הוא $r = 0.5m$ והשטף משתנה מאפס ל-0.1 ובר, תהיה תוספת האנרגיה של האלקטרונים:

$$\Delta E_K = \frac{3\times10^8\times10^{-1}}{2\pi\times0.5} \sim 10^7 eV = 10MeV$$

תרגילים

1. מוט מתכת אופקי PQ נע ימינה במהירות v בתוך שדה מגנטי B אשר קוי השדה שלו מאונכים למישור התרשים ומכוונים מלמעלה למטה.



א. קבע את כיוון השדה החשמלי הנוצר בתוך המוט כתוצאה מתנועתו והסבר כיצד קבעת כיוון זה.

ב. במה תלוי הכא"מ הנוצר בין קצות המוט? נמק את תשובתך!

2. תיל ישר שאורכו 10 ס"מ נע במהירות קבועה של 4 $\frac{\text{מ'}}{\text{שנ'}}$ בתוך שדה מגנטי אחיד שעוצמתו 0.4 טסלה. כיוון השדה, כיוון התיל וכיוון תנועתו מאונכים זה לזה.

א. מהי עוצמת הזרם בתיל אם הוא מהווה חלק ממעגל שהתנגדותו 0.2 אום?

ב. מהי כמות החום הנוצרת במעגל הנ"ל במשך 2 שניות?

ג. חשב את הכוח הדרוש להנעת התיל.

ד. בהסתמך על ג', חשב את העבודה הדרושה להנעת התיל במשך 2 שניות.

ה. מהו הקשר בין התוצאות שקבלת בסעיפים ב' ו-ד'? הסבר!

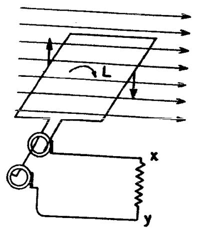
3. רכבת נוסעת צפונה במהירות 120 קי"מ לשעה, על גבי פסים מבודדים זה מזה. מה יראה וולטמטר המחובר לשני הפסים, אם המרחק בין הפסים הוא 1.5 מטר, עוצמת השדה המגנטי הארצי באותו מקום 3×10^{-5} טסלה, וכיוונו יוצר זוית של 30° עם הכיוון האופקי? (הנח כי ההתנגדות החשמלית של צירי גלגלי הרכבת ושל פסי המסילה זניחה בהשוואה להתנגדות הוולטמטר).

4. מסגרת מוליכה, אשר קצותיה מולחמים אל שתי טבעות, סובבת יחד עם הטבעות בשדה מגנטי B, בכיוון המתואר ע"י החץ L.

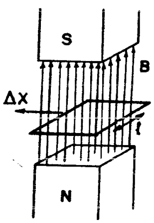
קבע:

א. באיזה כיוון יזרום זרם בנגד xy ברגע המתואר בתרשים. הסבר!

ב. מה יהיה כיוון הזרם לאחר חצי סיבוב של המסגרת?



5. תיל בצורת ריבוע מוזז באופן מאונך לקוי השדה המגנטי במהירות קבועה לאורך דרך Δx. עוצמת השדה B, אורך צלע הריבוע ℓ ו- Δx נתונים (ראה תרשים).

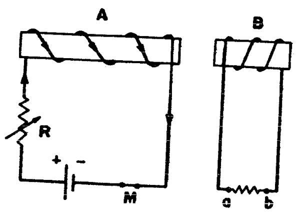


א. האם די בנתונים אלה כדי לחשב את הכא"מ המושרה? אם לא, איזה נתון נוסף נדרש?

ב. סמן את כיוון הזרם המושרה וציין אם עוצמתו קבועה או משתנית. נמק.

ג. ציין את כיוון הכוח הפועל על התיל עקב תנועתו הנ"ל.

הנח כי בין קטבי המגנט השדה הוא אחיד ומתאפס באזור מחוץ לקטבים.

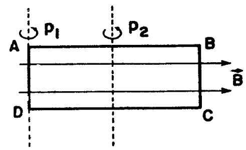


6. א. מניעים את הסליל B לקראת הסליל A בו זורם זרם כמתואר בתרשים. מה כיוונו של הזרם המושרה בנגד ab? נמק!

ב. פותחים את המפסק M. מה כיוונו של הזרם המושרה ב-ab? נמק!

ג. סוגרים שוב את M. לאחר זמן מקטינים את ההתנגדות המשתנה R. מה כיוונו של הזרם המושרה ב-ab? נמק!

ד. M סגור, ושום שינוי אינו חל במעגל A. היזרום ב-B זרם, ואם כן - באיזה כיוון? נמק!



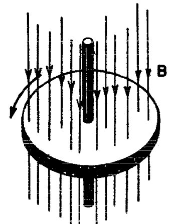
לולאת התיל המלבנית המוצגת בתרשים מצויה בתוך שדה מגנטי אחיד.

א. באיזו מגמה (עם מחוג-השעון או במנוגד לו) יזרום הזרם המושרה, כאשר הלולאה נמצאת במישור דף הנייר, ו-BC נע אל תוך הדף כשהוא סובב סביב P_1 כציר? סביב P_2 כציר?

ב. לגבי מהירות סיבוב נתונה, מה יהיה היחס בין הזרמים המושרים שיזרמו בלולאה שעה שתסוב תחילה סביב P_1 ואחר-כך סביב P_2?

ג. לגבי מהירות סיבוב נתונה, כיצד תלוי הכא"מ המושרה בשטחה של הלולאה?

ד. אם עוצמתו של השדה המגנטי היא 1.5 טסלה ואורכי צלעות הלולאה המלבנית הם AB = 10cm, BC = 4cm, מהו הכא"מ המושרה המקסימלי כאשר הלולאה סובבת סביב P_1 בתדירות 20 סיבובים לשניה?



דיסקית נחושת שרדיוסה 20 ס"מ מסתובבת בתדירות 240 סיבובים בדקה סביב ציר מאונך לה העובר דרך מרכזה. הציר מקביל לקוי שדה מגנטי אחיד שעוצמתו 4×10^{-2} טסלה.

האם יווצר, לדעתך, כא"מ מושרה בין מרכז הדיסקית ובין נקודה על היקפה? אם כן, הצע שיטה לחישוב הכא"מ.

9. סליל נחושת מלבני ששטחו 10 סמ"ר בעל 25 ליפופים צפופים נמצא בין קטביו של אלקטרומגנט, בתוך שדהו המגנטי האחיד שעוצמתו 0.5 טסלה. קצות הסליל מחוברים מחוץ לשדה למד-זרם רגיש וההתנגדות הכוללת של הסליל, מד הזרם הרגיש וחוטי החיבור היא 10 אוהם. ברגע מסוים מוציאים את הסליל מתוך השדה המגנטי בתנועה קצובה הנמשכת 0.02 שניות.

א. את הכא"מ שהושרה בסליל.

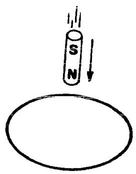
ב. את עוצמת הזרם דרכו כל עוד נמשכת תנועתו הקצובה.

ג. צייר את הניסוי הנ"ל (בציור הסליל מותר להסתפק בליפוף אחד או שניים). ציין את קוטב האלקטרומגנט, סמן בחץ את כיוון תנועת הסליל ומצא וסמן בציור את כיוון הזרם המושרה. הסבר!

ד. חשב את כמות המטען שזרם במעגל בזמן הוצאת הסליל. האם היא תלויה בזמן ההוצאה?

10. כלל הוא כי אסור לעצור מנוע חשמלי (להפסיק את סיבובו) ע"י כוח מכני חיצוני, שעה שהמנוע מחובר לרשת, מפני שסליליו עלולים "להישרף". הסבר!

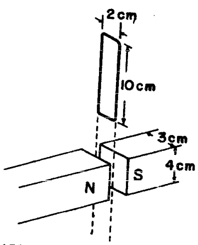
11. מגנט מוט נופל דרך חללה של לולאת-תיל, כמתואר בתרשים.



א. תאר את השינויים החלים בכיוון הזרם בלולאה ובעוצמתו שעה שהמגנט נופל דרך הלולאה.

ב. האם משתנה תאוצת המגנט בשעת נפילתו (הזנח את התנגדות האוויר)?

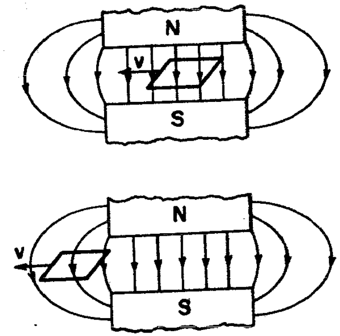
12. תאר באופן איכותי והסבר את תנועתה של לולאת תיל מלבנית אשר בנפילתה האנכית עוברת בין הקטבים של מגנט חזק. הזנח את התנגדות האוויר.



13. א. האם ישרה השדה המגנטי של כדור הארץ זרמי-חשמל בתוך לוויין מלאכותי בעל פני מתכת, הנע במסלול המקיף את קו-המשווה? ומה בדבר לוויין הנע במסלול העובר על פני הקטבים?

ב. אם כן, כיצד ישפיעו זרמים אלה על תנועתו של הלוויין?

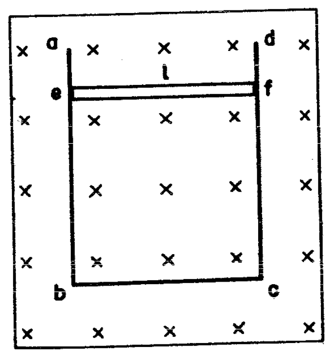
14. במרכז האזור אשר בין הקטבים של מגנט חזק קיים שדה מגנטי אחיד שעוצמתו B, אולם עוצמתו של השדה פוחתת במידה ניכרת באיזורים רחוקים ממרכז זה.



א. לולאה ריבועית קטנה של תיל מוליך נעה במהירות v במאונך לקוי השדה המגנטי באזור בו השדה אחיד ובעל עוצמה B. האם יזרום זרם חשמלי מושרה בלולאה?

ב. אותה לולאה נעה בחלק השדה המגנטי בו עוצמת השדה פוחתת בכיוון תנועת הלולאה. האם יזרום בה זרם חשמלי מושרה? אם כן, מה יהיה כיוונו? נמק את תשובותיך.

15. מוט מתכת ef בעל מסה m, אורך ℓ והתנגדות R יכול להחליק על מסילה אנכית a, b, c, d חסרת חיכוך וחסרת התנגדות חשמלית (ראה תרשים). המערכת במצאת בתוך השדה המגנטי $\vec{B}$ הניצב למישור המסילה. כיוון קוי השדה הוא מהצופה לתוך מישור המסילה.



משחררים את המוט ממנוחה והוא מתחיל להחליק כלפי מטה.

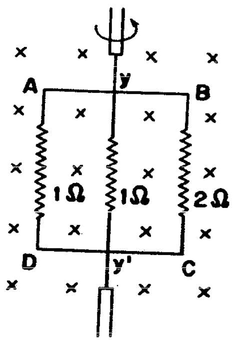
א. קבע את כיוון הזרם המושרה במעגל b, c, f, e הנוצר ע"י המסילה והמוט.

ב. הסבר מדוע אין תנועת המוט דומה לנפילה חופשית על פני כדור הארץ.

ג. במשך תנועתו כלפי מטה מגביר המוט את מהירותו ותוך זמן קצר הוא משיג מהירות מכסימלית אשר בה הוא ממשיך את תנועתו. חשב מהירות מכסימלית זו.
(הנח כי מסילת ההחלקה די ארוכה כדי לאפשר למוט להגיע למהירותו המכסימלית).

ד. הראה כי את הביטוי עבור המהירות המכסימלית אפשר להסיק מחוק שימור האנרגיה.

16. מסגרת ריבועית ABCD בעלת צלע של 10 ס"מ מסתובבת במהירות זויתית קבועה בשדה מגנטי קבוע $\vec{B}$, סביב ציר yy' הנמצא במישור המסגרת והניצב לצלעות $\overline{AB}$ ו $\overline{CD}$ וכן לשדה המגנטי (ראה תרשים).



לצלע $\overline{AD}$ התנגדות של 1Ω, לצלע $\overline{BC}$ התנגדות של 2Ω ולמוליך yy', המחבר את אמצעי הצלעות $\overline{AB}$ ו- $\overline{CD}$, התנגדות של 1Ω.

נתון: המסגרת עושה 100 סיבובים בשניה וכיוון סיבובה הוא כזה שבמצב המצויר $\overline{AD}$ מתקרבת אל הקורא ו $\overline{BC}$ מתרחקת ממנו.
עוצמת השדה המגנטי: B = 2T.

א. באיזה מצב של המסגרת זורם זרם מכסימלי דרך הצלע $\overline{AD}$ וכיוונו כלפי מעלה? אפיין מצב זה ע"י מצב מישורה של המסגרת וכן ע"י ציון מקום הצלע $\overline{AD}$ ביחס לקורא.

ב. מהו הכא"מ המכסימלי המושרה במסגרת ABCD? ומהו הכא"מ המכסימלי המושרה במסגרת Ayy'D?

ג. מהם אז הזרמים דרך $\overline{AD}$, $\overline{yy'}$ ו- $\overline{BC}$?

17. בתחנת כוח פועל גנרטור לזרם חילופין שהספקו 1000 קילוואט. מעבירים אנרגיה זו למקום מרוחק בעזרת קו שהתנגדותו 20 אום. מצא את אחוז הפסדי האנרגיה בקו, אם הזרם מועבר במתח של

א. 5,000 וולט

ב. 50,000 וולט.

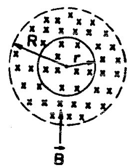
באיזה מקרה הפסדי האנרגיה גדולים יותר?

18. א. צייר טרנספורמטור (שנאי) והסבר מהם שימושיו.

ב. מה תפקידו של גרעין הברזל?

ג. מדוע אין עושים את הגרעין גוש אחד אלא פחיות-פחיות ובידוד ביניהן? האם מישורי הפחיות צריכים להיות מקבילים למישורי הליפופים שמסביב לגרעין או מאונכים להם? נמק!

19. באזור בין הקטבים של אלקטרומגנט קיים שדה מגנטי המשתנה עם הזמן. רדיוס האזור, שצורתו גלילית, הוא $R = 10cm$, וקצב שינוי השדה המגנטי הוא $\frac{dB}{dt} = 0.2\ \frac{T}{s}$. חשב את עוצמת השדה החשמלי $\vec{E}$ במרחקים שונים r ממרכז האזור בו משתנה השדה המגנטי. סרטט גרף המתאר את השתנות של $\vec{E}$ כפונקציה של r עבור $0 \le r \le R$ וכן עבור $r \ge R$.



פרק ח': תנודות חשמליות וגלים אלקטרומגנטיים

8.1 השראה עצמית

בפרק הקודם למדנו כי שינוי שטף מגנטי במעגל יוצר בו כא"מ מושרה הנמצא ביחס ישר לקצב שינוי השטף המגנטי. בכל הדוגמאות והמקרים בהם טפלנו הנחנו כי מקור השדה המגנטי שהשטף שלו משתנה עם הזמן הוא חיצוני ובלתי תלוי במעגל. ברם גם הזרם החשמלי הזורם במעגל יוצר שדה מגנטי השוטף דרך המעגל. כל עוד זרם זה קבוע בעוצמתו, קבוע גם השטף המגנטי שלו, ולכן לא יגרום להיווצרות כא"מ מושרה. אולם כאשר עוצמת הזרם משתנה מסיבה כלשהי, ישתנה כתוצאה מכך גם השדה המגנטי של הזרם ואיתו השטף המגנטי דרך המעגל. דינו של שינוי שטף מגנטי "עצמי" זה כדינו של שינוי שטף מגנטי שמקורו מחוץ למעגל, שהרי לגבי המעגל אין זה משנה כלל מהו מקור השטף המגנטי העובר דרכו. מסתבר איפוא כי שינויים בזרם החשמלי במעגל יוצרים בו כא"מ מושרה "השראה עצמית". לגבי כא"מ זה, כמו לגבי כל כא"מ מושרה, מתקיים חוק ההשראה, זאת אומרת מתקיימת המשוואה $\varepsilon' = -\frac{d\phi}{dt}$. השטף המגנטי ϕ, שקצב השינוי שלו $(\frac{d\phi}{dt})$ קובע את גודלו של הכא"מ המושרה ε', תלוי כמובן בזרם i דרך המעגל היוצר אותו. יתר על כן, נוכל לטעון כי השטף המגנטי ϕ נמצא ביחס ישר לעוצמת הזרם i, כי הרי למדנו שעוצמת השדה המגנטי $\vec{B}$ נמצאת ביחס ישר ל-i, והשטף המגנטי ϕ פרופורציוני ל-$\vec{B}$, בהיות השטח קבוע לגבי מעגל שאינו בתנועה. טענה זאת נוכל לרשום איפוא כך:

$\phi \propto B$, $B \propto i$ לכן $\phi \propto i$, או $\phi = Li$, כאשר L הוא מקדם פרופורציה אופייני למעגל, אך בלתי תלוי ב-i.

מכל האמור לעיל נקבל עבור הכא"מ המושרה השראה עצמית את המשוואה:

$$\varepsilon' = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

ובמילים: כא"מ המושרה השראה עצמית נמצא ביחס ישר לקצב שינוי עוצמת הזרם במעגל. הסימן מינוס באגף הימני של המשוואה הוא ביטוי לחוק לנץ (ראה פרק ז', סעיף 7.3).

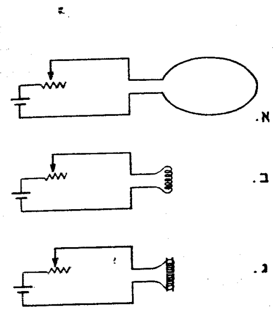
מקדם הפרופורציה L תלוי כאמור במעגל; מכנים אותו בשם "השראות" של המעגל. יחידת ההשראות נקראת הנרי (Henry)* והיא מוגדרת כך:

השראותו של מעגל היא הנרי אחד אם יושרה במעגל כא"מ של וולט אחד כאשר הזרם בו ישתנה בקצב של אמפר אחד לשניה.

*הנרי - על שמו של הפיסיקאי האמריקאי החשוב Joseph Henry, ממגלי תופעות ההשראה האלקטרומגנטית.

בקיצור אפשר לרשום זאת גם כך: $1H = \frac{1V}{1A/s}$

כדי להבין כיצד בקבעת השראותו של מעגל ע"י צורתו וע"י מיבנהו, נסתכל בשלושת המעגלים המתוארים בתרשים 8.1:



__תרשים 8.1:__ השראה עצמית

בכל אחד ממעגלים אלה מצוי נגד בצורת תיל מוליך ארוך שהתנגדותו R. במעגל א' מהווה התיל הארוך לולאה בודדת בעלת רדיוס גדול. במעגל ב', לעומת זאת, נכרך התיל בצורת סליל בעל n כריכות שרדיוסן קטן יותר. במעגל ג' קיים אותו סליל בעל n כריכות, אלא שליבת ברזל רך מוכנסת לתוך הסליל. עתה, אם נשנה באמצעות הריאוסטט את עוצמת הזרם בכל אחד משלושת המעגלים באותו הקצב, נמצא כי הכא"מ המושרה השראה עצמית במעגל א' קטן מאוד, שהרי גם שינוי השטף המגנטי דרכו קטן ביותר.

במעגל ב', בו קיים סליל בעל מספר כריכות גדול, n, גדל כמובן השטף המגנטי הכולל ואיתו גם השינוי בשטף; לפיכך הכא"מ המושרה בו יהיה גדול מהכא"מ המושרה במעגל א' כתוצאה מאותו קצב של שינוי זרם. כא"מ מכסימלי יושרה במעגל ג', כי הוספת ברזל רך, המתמגנט בהשפעת השדה המגנטי של הסליל, מגדילה במידה נכרת מאוד את השטף המגנטי דרכו. לפיכך נוכל לאמר כי בדוגמה שלנו - ההשראות של המעגל השלישי, L_3, היא הגדולה ביותר, של המעגל השני L_2, קטנה יותר והשראותו של המעגל הראשון, L_1, היא כמובן הקטנה ביותר.

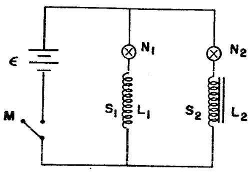
דוגמה זו שהבאנו לגבי תלות ההשראות L בצורת המעגל ובמיבנהו היא איכותית בלבד. במקרים רבים אפשר לחשב את השראותו של מעגל ולבטאה במספר מדויק, אולם מכיוון שחישובים אלה מסובכים במידת מה, נוותר עליהם במסגרת לימודינו הנוכחית. נדגיש רק כי השראותו של סליל גדלה בה במידה שגדל מספר הכריכות שלו, n. במיוחד גדלה השראותו של סליל כתוצאה מכנסת ליבת ברזל רך לתוכו. לסלילים בעלי השראות גבוהה נודעת חשיבות רבה בענפים שונים של הטכנולוגיה החשמלית והאלקטרוניקה; קוראים להם "משרנים". בתרשימים של מעגלים חשמליים מתארים משרן על ידי הסמל



8.2 סליל ונגד במעגל

כאשר סוגרים מעגל פתוח, למשל מעגל המכיל ספק, נורה ונגד, איננו מסוגלים להבחין במירווח זמן כלשהו בין סגירת המעגל ובין הדלקת הנורה. נראה כי המעבר מהמצב בו לא זרם זרם במעגל למצב בו הזרם קבוע, הוא מידי. האם יתכן שינוי פתאומי ובלתי רציף כזה במערכת פיסיקלית? האם יכולה עוצמת זרם חשמלי "לקפוץ" מערך התחלתי מסויים (אפס בדוגמה שלנו) לערך סופי אחר, מבלי לעבור את כל ערכי הביניים בין שני הערכים? תרשים 8.1 מתאר ניסוי אשר יש בו כדי לעזור לנו למצוא תשובה לשאלה.

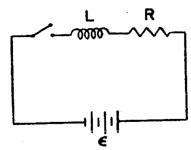
במעגל חשמלי פתוח מחוברות במקביל שתי נורות זהות N_1 ו-N_2. שני סלילים זהים, S_1 ו-S_2, בעלי מספר כריכות שוות, מחוברים בטור כל אחד עם אחת משתי הנורות. דרך אחד הסלילים, S_2, עוברת מסגרת סגורה של ברזל רך, המגדילה במידה ניכרת מאוד את השראותו, L_2 (תרשים 8.1). עתה, כשסוגרים את המפסק M במעגל הראשי, מתברר כי הנורה N_1 נדלקת כמעט מיד בעוד שהנורה N_2 מגיעה להירותה המלאה רק כעבור זמן קצר, ז"א באיחור מה. לאחר שבסעיף הקודם למדנו על השראה עצמית והשראות, לא נתקשה להסביר תופעה זאת. עם סגירת המעגל מתחיל זרם חשמלי לזרום בשני ענפיו המחוברים במקביל. עוצמת הזרם בענפים אלה משתנה איפוא מאפס לערך i השונה מאפס. אילו לא היה קיים כל גורם המפריע לשינוי זה, צריכה היתה עוצמת הזרם לעלות עלייה פתאומית לערכה המכסימלי הסופי, $\frac{\varepsilon}{R}$. אולם מכיוון שהזרם שעוצמתו גדלה מלווה בשדה מגנטי משתנה שהשטף שלו דרך המעגל גדל, יווצר במעגל כא"מ מושרה השראה עצמית 'ε <u>המתנגד</u> לשינוי. ערכו של כא"מ נגדי זה פרופורציוני כידוע לקצב שינוי הזרם ולהשראותו של קטע המעגל דרכו זורם הזרם ($\varepsilon' = -L\frac{di}{dt}$). מכיוון שהשראותו של קטע המעגל בו מצויה הנורה N_2 גדולה במידה ניכרת מהשראותו של קטע המעגל בו מצויה הנורה N_1, יהיה העיכוב בגידול הזרם דרך N_2 גדול מהעיכוב בגידול הזרם דרך N_1, והזרם דרך N_1 יגיע לערכו המכסימלי $\frac{\varepsilon}{R}$ לפני הזרם דרך N_2. ברור איפוא כי הגורם המעכב את הזרם מלהגיע לעוצמתו המכסימלית מיד, ז"א במשך זמן אפס, הוא הכא"מ הנגדי הנוצר כתוצאה מההשראה העצמית של חלק המעגל בו זורם הזרם. כאשר ההשראות של חלק זה של המעגל גבוהה, יהיה העיכוב ניכר, אולם בדרך כלל, כאשר



__תרשים 8.1__

מדובר במעגל רגיל שאין בו משרנים, ולכן השראותו קטנה ביותר, העיכוב בגידול הזרם הוא אפסי ועוצמת הזרם מגיעה לערכה המכסימלי בזמן שהוא קטן מאוד וקשה למדידה.

עד כה דנו דיון איכותי בלבד בעיכוב הנגרם לגידול עוצמת הזרם במעגל בגלל השראותו העצמית. נעבור עתה לבדוק באופן כמותי את המתרחש בשעת סגירת מעגל המכיל סליל שהשראותו L ונגד שהתנגדותו R המחוברים בטור (תרשים 8.2).
(הערה: גם לסליל שהשראותו L יש התנגדות; אולם מכיוון שהסליל והנגד מחוברים בטור, אפשר להתיחס להתנגדות הכוללת R של המעגל כאילו היא סכום התנגדויות הסליל והנגד).



תרשים 8.2: מעגל *RL* טורי

כבר ראינו כי עם סגירת מעגל מתחילה זרימת זרם חשמלי דרכו וכי עוצמת הזרם אינה מגיעה מיד לערכה המכסימלי, מכיוון שהכא"מ הנגדי מעכב את גידול הזרם. נניח איפוא כי זמן קצר לאחר סגירת המעגל הגיע הזרם לעוצמה רגעית i הקטנה מעוצמת הזרם המכסימלית, $\frac{\varepsilon}{R}$. ברגע זה, בהסתמכנו על החוק השני של קירכהוף מתקיימת לגבי המעגל המשוואה:

$$\varepsilon - L\frac{di}{dt} = Ri$$

כאשר ε הוא הכא"מ של הספק, $L\frac{di}{dt}$ - הוא הכא"מ "הנגדי", הנובע מההשראה העצמית, ו-R היא ההתנגדות הכוללת של המעגל. זוהי משוואה דיפרנציאלית שפתרונה יתן לנו את השתנות עוצמת הזרם במעגל, i, כפונקציה של הזמן, t. ננסה עתה למצוא את פתרון המשוואה.

בפרק ב', סעיף 2.4, כתבנו משוואה דיפרנציאלית המתארת את טעינת הקבל:

$$V - \frac{q}{c} = Ri$$

אם נזכור כי $i = \frac{dq}{dt}$ ונחליף אגפים, נקבל עבור טעינת הקבל:

$$V - R\frac{dq}{dt} = \frac{1}{c}q \qquad (א)$$

משוואה זו, המתארת את המטען על פני קבל כפונקציה של הזמן בשעת טעינה, דומה בצורתה למשוואה המתארת את הזרם במעגל עם סליל כפונקציה של הזמן אחרי סגירת המעגל:

$$\varepsilon - L\frac{di}{dt} = Ri \qquad (ב)$$

לפי העקרון שמשוואות דיפרנציאליות דומות הן בעלות פתרונות דומים, נוכל ללמוד על פתרון משוואה (ב) מתוך השוואתו עם פתרון משוואה (א).

הפונקציה $i(t)$ במשוואה (ב) מתאימה לפונקציה $q(t)$ במשוואה (א), כמו כן $\frac{di}{dt}$ ב-(ב) מתאים ל- $\frac{dq}{dt}$ ב-(א). הקבוע R ב-(ב) מתאים ל- $\frac{1}{c}$ ב-(א), והקבוע L ב-(ב) מתאים ל-R ב-(א). אם יודעים את הצורה של הפונקציה $q(t)$, תהיה אותה צורה גם לפונקציה $i(t)$.

המטען המצטבר על הקבל בשעת טעינה אינו אלא האינטגרל של הזרם בשעת טעינה

$$q(t) = \int_o^t idt$$

המיוצג על ידי השטח מתחת לעקום $i(t)$. בפרק ב', סעיף 2.4, מצאנו כי זרם הטעינה הוא:

$$i(t) = i_o e^{\frac{t}{RC}}$$

ולכן המטען המצטבר על הקבל הוא:

$$q(t) = \int_o^t i_o e^{-\frac{t}{RC}}dt$$

כאשר $i_o = \frac{V}{R}$.

נבצע אינטגרציה פשוטה זו:

$$q(t) = i_o \int_o^t e^{-\frac{t}{RC}} dt = \frac{V}{R}(-RC)\left[e^{-\frac{t}{RC}}\right]_o^t$$

$$q(t) = -VC(e^{-\frac{t}{RC}} - 1)$$

המכפלה VC מייצגת את המטען הסופי של הקבל בגמר הזרימה, כאשר המתח עליו משתווה למתח המקור. נסמן מטען זה ב- q_{max}. יוצא:

$$q(t) = q_{max}(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

לאור פתרון זה נוכל לחזור למשוואה עבור הזרם בסליל כפונקציה של הזמן ולכתוב את פתרונה. (נזכור כי $\varepsilon \to V$, $R \to \frac{1}{c}$ ו- $L \to R$)

$$i(t) = i_{max}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = I(1 - e^{-\frac{R}{L}t})$$

(להלן נסמן, לשם פשטות, $i_{max} = I$)

מהי משמעותו של פתרון זה? מסתבר כי כאשר סוגרים את המעגל, זאת אומרת ברגע $t = 0$, עוצמת הזרם ההתחלתית שווה לאפס. כעבור זמן די ארוך עוצמת הזרם גדלה ושואפת לערכה המכסימלי: $i_{max} = I = \frac{\varepsilon}{R}$. בזמן $t = \frac{L}{R}$ תהיה עוצמת הזרם במעגל:

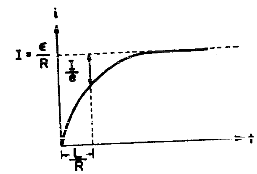
$$i = I(1 - e^{-1}) = I - \frac{I}{e}$$

בפרק ב', סעיף 2.4, הראינו כי: $\frac{q_o}{e} \approx 37\% q_o$. לפיכך יהיה הזרם במעגל ברגע $t = \frac{L}{R}$:

$$i \approx I - \frac{37}{100} I \approx 63\% \ I$$

הביטוי $\frac{L}{R}$ נקרא <u>קבוע הזמן</u> של מעגל המכיל סליל בעל השראות L ונגד שהתנגדותו R, כי הוא קובע את הזמן הדרוש כדי שהזרם במעגל זה יעלה מעוצמתו ההתחלתית (אפס) לעוצמה $I - \frac{I}{e}$, המהווה כ-63% מעוצמתו הסופית, I.

תרשים 8.3 מראה גרף של השתנות הזרם כפונקציה של הזמן. גרף זה דומה בצורתו לתאור הגרפי של מתח הטעינה על פני קבל כפונקציה של הזמן (ראה פרק ב').



<u>תרשים 8.3</u>: גרף הזרם I כפונקציה של הזמן t בשעת סגירת מעגל חשמלי.

<u>תרגיל</u>: הסתמך על היחידות של השראות L ושל התנגדות R והראה כי למנה $\frac{L}{R}$ יחידות של זמן.

עד כה עסקנו בשינויי עוצמת הזרם לאחר סגירתו של מעגל. אולם מה קורה במעגל בו זורם זרם קבוע, כאשר פותחים אותו? היתכן כי פתיחה פתאומית של המעגל תגרום לירידה מידית של הזרם בו לאפס?
לא קשה להראות כי התשובה לשאלה זאת חייבת להיות שלילית, שהרי אם זמן ירידת הזרם (dt) הוא אפס, חייב הכא"מ המושרה ($L\frac{di}{dt}$) להיות אין-סופי, וזה בלתי אפשרי! למעשה מתברר כי הכא"מ המושרה מונע גם הפעם שינוי מידי בעוצמת הזרם. בה במידה שהשראות המעגל גדולה יותר, יווצר במעגל כתוצאה מפתיחתו כא"מ מושרה גדול יותר, וזה יגרום למעבר ניצוץ או קשת חשמלית בין חלקי המעגל המנותקים, כך שזרם ימשיך לזרום במעגל גם זמן מה לאחר פתיחתו וירידת עוצמת הזרם לאפס תעוכב.

במעגלים בעלי השראות גבוהה, בהם נוצר כאמור כא"מ מושרה גבוה בשעת פתיחת המעגל, מעונינים בדרך כלל למנוע היווצרות של ניצוצות, העלולים לפגוע במערכת. משיגים זאת ע"י חיבור קבל מתאים במקביל למפסק הפותח את המעגל.

8.3 <u>האנרגיה האגורה בשדה המגנטי של סליל</u>

למדנו כי כאשר מגדילים את עוצמת הזרם i דרך סליל בעל השראות L, נוצר בסליל כא"מ מושרה נגדי $\varepsilon' = -L\frac{di}{dt}$. אולם הזרמת הזרם i מחייבת השקעת אנרגיה.
אם נסמן את האנרגיה המושקעת במשך הזמן הקצר dt ב-dU, יתקיים:

$$dU = \varepsilon' i dt = Li\frac{di}{dt}dt = Lidi$$

האנרגיה הכוללת שיש להשקיע כדי להגדיל בסליל בעל השראות L את עוצמת הזרם מאפס לעוצמת זרם סופית I תהיה לפיכך:

$$U = \int_0^I Lidi = \frac{1}{2}LI^2$$

אנרגיה זאת דרושה כדי לבנות את השדה המגנטי של הסליל. מקורה של האנרגיה הוא כמובן הספק, שאת הכא"מ שלו סמנו ב-ε ואשר הזרים את הזרם דרך הסליל והמעגל. לגבי המעגל, מיד אחרי סגירתו, מתקיימת כידוע המשוואה המבטאת את החוק השני של קירכהוף: $\varepsilon - L\frac{di}{dt} = Ri$, או: $\varepsilon = L\frac{di}{dt} + Ri$.
הספק מעניק בזמן קצר dt לכמות המטען $dq = idt$ הזורמת דרכו ודרך המעגל אנרגיה dE:

$$dE = \varepsilon dq = \varepsilon idt = Li\frac{di}{dt}dt + Ri^2dt = Lidi + Ri^2dt$$

האנרגיה הכוללת E שהספק מעניק למטען העובר דרכו במשך הזמן t מרגע סגירת המעגל ועד שהזרם מגיע לעוצמתו המכסימלית* מורכבת לפיכך משני חלקים:

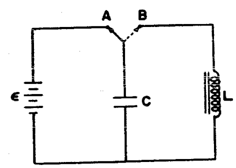
<u>א</u> האנרגיה ההופכת בנגד R לחום. $Q = \int_0^t Ri^2dt$

<u>ב</u> האנרגיה הדרושה כדי לבנות את השדה המגנטי של הסליל $U = \int_0^I Lidi = \frac{1}{2} LI^2$

מובן שכאשר הזרם במעגל מגיע לעוצמתו המכסימלית I (ז"א כאשר $\frac{di}{dt} = 0$, ולכן $\epsilon = RI$) מסתיים תהליך בניית השדה המגנטי בסליל והאנרגיה שהספק ממשיך להעניק למטענים העוברים דרכו הופכת כולה לחום בנגד R .

8.4 <u>תנודות חשמליות</u>

בפרק ב' דנו בפריקתו של קבל דרך נגד מבלי להביא בחשבון את השפעת ההשראות על התהליך. ואמנם במעגלים שאינם מכילים סלילים, השראות המעגל היא בדרך כלל כה קטנה שהשפעתה ניתנת להזנחה. עתה נבדוק את פריקתו של קבל דרך סליל בעל השראות גבוהה, אך לשם פשטות הדיון, נניח תחילה כי התנגדות המעגל קטנה עד כדי כך שהיא ניתנת להזנחה.



<u>תרשים 8.4</u>: מעגל LC

בתרשים 8.4 מתואר מעגל הבנוי מקבל שקיבולו C ומסליל (משרן) שהשראותו L. במצב A של המפסק מחובר הקבל C לספק שהכא"מ שלו ε ונטען על ידו.

נבדוק מה קורה כאשר מעבירים את המפסק למצב B, זאת אומרת כאשר מנתקים את הספק ומחברים את הקבל הטעון לסליל.

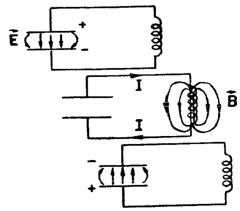
עם סגירת המעגל מתחיל תהליך פריקת הקבל דרך הסליל. כתוצאה מכך זורם זרם חשמלי דרך הסליל, המטען של הקבל פוחת והשדה החשמלי בין לוחותיו קטן. שעה שהלוחות נפרקים ממטענם והאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית קטנה והולכת, מתעצמת והולכת האנרגיה המגנטית של הזרם הזורם בסליל; כאשר הלוחות נפרקים לגמרי

---

*זמן זה הוא להלכה אין-סופי, אולם למעשה, כפי שאפשר להיווכח מהסתכלות בגרף המתואר בתרשים 8.3, הזרם מגיע בקירוב טוב מאוד, עד כדי אחוז אחד, לעוצמתו המכסימלית כעבור זמן t השווה ל- $5 \frac{L}{R}$.

ממטענם והאנרגיה הפוטנציאלית החשמלית מתאפסת, יהיה ערכם של הזרם בסליל ושל האנרגיה המגנטית בו ובסביבתו מכסימלי. לאחר מכן מועברת האנרגיה המגנטית שבסליל בחזרה למעגל החשמלי באמצעות הכא"מ המושרה. כא"מ זה, כפי שנובע מחוק לנץ, ממשיך להזרים את הזרם בכיוון הקודם. כתוצאה מכך יצטברו מחדש מטענים על לוחות הקבל ויתהווה ביניהם הפרש פוטנציאלים חשמלי, אלא שהוא יהיה מנוגד בסימנו להפרש הפוטנציאלים המקורי. כל האנרגיה האגורה בשדה המגנטי של הסליל תועבר איפוא חזרה לאנרגיה פוטנציאלית חשמלית, כשלוחות הקבל טעונים במלוא המטען אך בקוטביות הפוכה (תרשים 8.5).

התהליך אינו פוסק כמובן כאשר הלוחות חוזרים ונטענים במלוא המטען. עתה תתחיל זרימת זרם במעגל בכיוון הפוך, האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית מושקעת פעם נוספת במעגל והאנרגיה המגנטית שוב מצטברת והולכת בסליל ובסביבתו, כל התהליך כולו חוזר חלילה, ונוצרת "מטולטלת חשמלית" (הכינוי המקובל הוא "מתנד חשמלי") המבצעת דוגמת תנודותיה של מסה הקשורה לקצהו של קפיץ.



<u>תרשים 8.5</u>

לגבי מסה המתנודדת בקצהו של קפיץ חלים חילופי אנרגיה בין אנרגיה פוטנציאלית של הקפיץ ובין אנרגיה קינטית של המסה; בתנודות החשמליות במעגל המכיל קבל שקיבולו C וסליל שהשראותו L חלופי האנרגיה הם בין אנרגיה פוטנציאלית חשמלית בקבל ובין אנרגיה מגנטית בסליל ובסביבתו. בהתבסס על שימור האנרגיה ועל ההנחה שהתנגדות המעגל ניתנת להזנחה, נוכל לרשום את המשוואה:

$$\frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2}\frac{q_o^2}{C} = \frac{1}{2} LI^2$$

בה מציינים q ו- i את ערכיהם הרגעיים של המטען והזרם, ו- q_o ו-I את ערכיהם המכסימליים.

הנ"ל נכון, כאמור, בהנחה שהתנגדות המעגל מתאפסת. במקרה זה התנודות הן בלתי מרוסנות. אולם במציאות מצויה תמיד התנגדות כלשהי בתיילים שבמעגל ובסליל. תמיד מתבזבזת קצת אנרגיה בצורת חום שעה שהזרם זורם במעגל. כל פעם שמטענים חוזרים ומצטברים על הלוחות, כמות המטען המכסימלית קטנה במקצת משהיתה קודם לכן. כל פעם שהזרם עובר דרך הסליל - ערכו המכסימלי קטן

במקצת. האנרגיה הפוטנציאלית החשמלית והאנרגיה המגנטית הופכות בהדרגה לחום-התנודות החשמליות מרוסנות ודועכות. דבר דומה מתרחש, כמובן, גם במתנד מכני. שעה שהמסה מתנועעת הלוך וחזור, היא מאבדת בהדרגה את האנרגיה הקינטית ואת האנרגיה הפוטנציאלית ההופכות לחום. רק אם תסופק למתנד, המכני או החשמלי, אנרגיה בכמות שהוא מפסיד ובקצב הנכון, תהיינה תנודותיו בלתי מרוסנות.

טפלנו בתנודות של מתנד חשמלי עד כה היה איכותי בעיקרו. לא בררנו, למשל, כיצד תלויה תדירות התנודות בערכי הקיבול C וההשראות L, או כיצד משתנה הזרם במעגל כפונקציה של הזמן. נוכל לחשב קשרים אלה אם נתבסס על הידוע לנו לגבי תנודותיו של מתנד מכני הבנוי ממסה m הקשורה בקצהו של קפיץ שהקבוע שלו k. לגבי מתנד כזה למדנו כי מתקיימות שתי המשוואות הדיפרנציאליות:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}x \qquad \text{-ו} \qquad v = \frac{dx}{dt}$$

(ראה מכניקה, הוצאת המחלקה להוראת המדעים, עמוד 128; השמטת סימני הוקטור במשוואות הדיפרנציאליות מותרת, מכיוון שהמסה m מתנדנדת על קו ישר בלבד). שתי משוואות אלה אפשר לאחד ולכתוב כמשוואה דיפרנציאלית אחת מהסדר השני:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

ובצורת כתיבה אחרת:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

משוואה דיפרנציאלית זאת פתרנו, אמנם לא במישרין כי אם בעקיפין, בעזרת פרוק תנועה מעגלית לרכיבים, ומצאנו:

א. אם מחזור התנודה: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (ראה מכניקה, עמוד 131). מנוסחת המחזור נוכל לקבל, כמובן, גם נוסחה עבור תדירות התנודות:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

ב. את משוואת מעתק המסה x כפונקציה של הזמן:

$$x(t) = A\cos\omega t$$

כאשר $\omega = 2\pi f$; -ו $A = x_{max}$ (מכניקה, עמוד 131)

ג. את משוואת המהירות v כפונקציה של הזמן, וכו' (ראה מכניקה, עמודים 131, 132).

גם לגבי המעגל החשמלי שלנו, המכיל את הקבל C ואת הסליל בעל ההשראות L (כאשר R = 0), מתקימות שתי משוואות דיפרנציאליות:

1. לפי החוק השני של קירכהוף

$$\frac{q}{C} - L\frac{di}{dt} = Ri = 0$$

2. $i = -\frac{dq}{dt}$ (ראה פרק ב', סעיף 2.4).

שתי משוואות אלה אפשר לאחד במשוואה דיפרנציאלית אחת מהסדר השני:

$$\frac{q}{C} - L\frac{d}{dt}\left(-\frac{dq}{dt}\right) = 0$$

ובצורת כתיבה אחרת:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

אולם משוואה דיפרנציאלית זאת דומה לגמרי למשוואה הדיפרנציאלית של המתנד המכני. כדי להטיב לראות זאת נרשום את שתי המשוואות האחת מתחת לשניה:

$$(1) \qquad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$(2) \qquad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

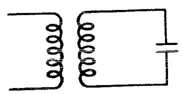
המשתנה q במשוואה 2 ממלא את תפקידו של המשתנה x במשוואה 1, הנגזרת השניה $\frac{d^2q}{dt^2}$ מתאימה לנגזרת השניה $\frac{d^2x}{dt^2}$, ויתר הגדלים בשתי המשוואות הם קבועים, כאשר $\frac{1}{LC}$, שהוא קבוע חיובי במשוואה 2, מתאים לקבוע החיובי $\frac{k}{m}$ במשוואה 1. לפיכך תתקיים גם התאמה בין הפתרונות למשוואה 2 ובין הפתרונות למשוואה 1. נוכל לסכם זאת בטבלה:

	מתנד מכני	מתנד חשמלי
המשוואה הדיפרנציאלית	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$	$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$
תדירות התנודות	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$	$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}$
	העתק $x(t) = x_o \cos \omega t$	מטען על הקבל $q(t) = q_o \cos \omega t$

8.5 יצירת גלים אלקטרומגנטיים

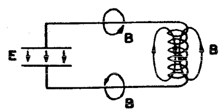
בסעיף הקודם ראינו כי במעגל הבנוי מקבל וסליל זורם זרם חילופין בתדירות מסוימת, אופיינית למעגל, אולם זרם זה דועך עד מהרה בגלל פיזור האנרגיה. כדי למנוע דעיכה זו ולשמור על תנודות חשמליות בלתי מרוסנות, יש לספק למעגל אנרגיה ממקור חיצוני בקצב מתאים לתדירותו העצמית. כאשר דבר זה מתבצע וההתנודות במעגל אינן מרוסנות, אומרים כי קיימת תהודה (רזוננס) בין מעגל התנודות ובין המקור החיצוני, המספק את האנרגיה הדרושה בקצב המתאים. למעגל החשמלי בו מתקיימות התנודות הבלתי מרוסנות קוראים לעיתים "מעגל תהודה".

מבלי שננסה לדון בפרק זה במפורט בבעייה כיצד מספקים למעגל התהודה את האנרגיה הדרושה, נזכיר בכל זאת בקיצור אפשרות אחת לביצוע הדבר: מקרבים את הסליל של מעגל התהודה אל סליל אחר (תרשים 8.6), בו זורם זרם חילופין בתדירות מתאימה; כתוצאה מהשראה אלקטרו-מגנטית תועבר אנרגיה מסליל זה למעגל התהודה, תאזן את הפסדי האנרגיה במעגל זה ותאפשר קיום תנודות בלתי מרוסנות בו.



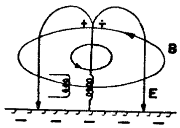
תרשים 8.6

במעגל התהודה בו זורם זרם חילופין קיימים כידוע שדה מגנטי משתנה סביב הסליל והתיילים ושדה חשמלי משתנה במרחב בין לוחות הקבל, ושני שדות אלה משתנים באותו קצב (תרשים 8.7). אולם סליל שקצהו האחד מחובר לתיל אנכי וקצהו השני מחובר לאדמה מהווה מעגל תהודה, משום שהתייל



תרשים 8.7: מעגל תהודה

והאדמה מהווים קבל. תרשים 8.8 מראה את צורת השדות הנוצרים במקרה זה: רואים כי השדה החשמלי מאונך לשדה המגנטי סביב התייל, ושני שדות אלה משתנים באותו קצב. יתר על כן, מתברר כי בתנאים אלה התייל מסוגל להקרין אנרגיה למרחקים ולשמש כאנטנה. זהו איפוא דגם פשוט של משדר. גם במקלט, הנמצא לעיתים במרחק רב מהמשדר, מצוי מעגל תהודה דומה לזה המצוי במשדר. אם המשדר משדר אנרגיה בתדירות השווה לתדירות העצמית של מעגל המקלט, יקלוט מעגל המקלט חלק מאנרגיה זו וכתוצאה מכך יזרום בו זרם חילופין, אמנם חלש, אך בתדירות שווה לתדירות המשדר. נשאלת השאלה כיצד מתפשטים השדה החשמלי והמגנטי המשולבים מאנטנת השידור לאנטנת הקליטה? מהו המנגנון המאפשר לשדה האלקטרומגנטי המשולב לעבור ממקום למקום, ומה מהירות התקדמותו של שדה זה? אנו מדברים על גל אלקטרומגנטי המתפשט ממקום למקום, ובסעיף הבא ננסה להבין מדוע.



תרשים 8.8: אנטנה

8.6 התפשטות גלים אלקטרומגנטיים

עד כאן דברנו בעיקר על שדה חשמלי הנוצר כתוצאה מקיומם של מטענים חשמליים ועל שדה מגנטי הנוצר כתוצאה מתנועתם של מטענים אלה. שדות אלה הם שדות קבועים בזמן. אולם בפרק האחרון הופיעו שדות שתהליך יצירתם היה שונה: שדה מגנטי משתנה עם הזמן יוצר שדה חשמלי (חוק ההשראה), ושדה חשמלי משתנה עם הזמן יוצר שדה מגנטי, בדיוק כפי שעושה זאת זרם חשמלי (לכן נקרא קצב שינוי השטף החשמלי "זרם העתק"). יכולנו לסכם את הפרק הקודם במשוואות מקסוול המבטאות את הקשרים בין המטען החשמלי, השדה החשמלי והשדה המגנטי:

חוק גאוס $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_o}$

חוק ההשראה $\oint_c \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt}$

אין מטענים מגנטיים $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$

חוק אמפר עם הרחבת מקסוול לזרם העתק. $\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_o(i + \varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt})$

בחלל ריק, באזורים רחוקים מאנטנת השידור, לא קיימים מטענים חשמליים חופשיים q ולא זרמים חשמליים i ומשוואות מקסוול באזורים אלה תהיינה איפוא בעלות הצורה הפשוטה יותר:

$$(1) \qquad \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = 0$$

$$(2) \qquad \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

$$(3) \qquad \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$$

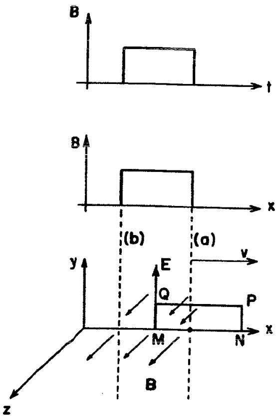
$$(4) \qquad \oint_C \vec{B}\cdot d\vec{r} = \mu_o\varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$$

באופן זה בולטת הסימטריה בקשרים בין השדות, במשוואות (2) ו-(4). משוואות אלה אומרות לנו ששדה חשמלי משתנה (עם הזמן) יוכל להתקיים אם קיים גם שדה מגנטי משתנה (משוואה 2), ושדה מגנטי משתנה יכול להתקיים אם קיים שדה חשמלי משתנה (משוואה 4). יכולה איפוא להתקיים התשלובת של שדה חשמלי ושדה מגנטי משתנים שניהם עם הזמן.

כאשר אנו יוצרים בקרבת אנטנה שדה חשמלי ושדה מגנטי משתנים שניהם עם הזמן, נוצרים איפוא התנאים הדרושים לקיום עצמי של שדות אלה גם במרחק גדול יותר מן האנטנה. נשאלת "רק" השאלה כיצד השדה האלקטרומגנטי המשולב מתפשט הלאה.

גם הפתרון לשאלה זו נעוץ במשוואות (2) ו-(4). הפתרון המתימטי המלא של משוואות אלה חורג בהרבה ממסגרת ספר זה. נבחן כאן מקרה פשוט במיוחד בעזרת משוואות מקסוול. בלי הפתרון המתימטי המלא לא נוכל להוכיח כי אכן השדה האלקטרומגנטי מתפשט בצורת גל. אולם נניח כי שדה מגנטי משתנה מתפשט במהירות v, נוכל להבין כיצד הוא מלווה בשדה חשמלי משתנה, ולחשב את מהירות ההתפשטות של הגל האלקטרומגנטי.

נניח איפוא צורה פשוטה ביותר של שדה מגנטי $\vec{B}$ משתנה עם הזמן בנקודה מסוימת, הצורה המלבנית של הגרף. היות והשדה מתקדם במהירות v, גם גרף השדה כפונקציה של המקום x בכיוון ההתקדמות יהיה מלבן. אם שדה מגנטי זה מכוון "אלינו" (כיוון ציר z בתרשים 8.9), הוא נמצא ברגע מסוים בין הקוים המרוסקים (a) ו- (b), כאשר (a) מציין את החזית המתקדמת.



תרשים 8.9

נצייר במישור xy מלבן MNPQ שצלעותיו מקבילות לצירים כך ש- PN נמצא מחוץ לשדה ו- QM בתוכו. אזי יושרה לאורך המלבן כא"מ $\varepsilon = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = -\frac{d\phi_B}{dt}$.

הקטע PN יכול להיות רחוק כרצוננו מהחזית המתקדמת של השדה המגנטי, (a) ולכן לא יתרום לכא"מ המושרה ε. החלקים של MN ו- PQ הנמצאים בשדה המגנטי יכולים להיות קטנים כרצוננו (לדוגמה אפשר להסתכל ברגע שהחזית (a) חולפת על QM), וגם הם לא יתרמו ל- ε. לכא"מ המושרה ε יתרום רק הקטע QM אשר לאורכו נוצר שדה חשמלי $\vec{E}$ המקיים:

$$\varepsilon = \oint_C \vec{E}\cdot d\vec{r} = E\cdot MQ = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

כיוונו של השדה $\vec{E}$, הנתון ע"י חוק לנץ, יהיה כלפי מעלה. נמצא את ערכו על ידי פירוש הביטוי $\frac{d\phi_B}{dt}$. היות והשדה המגנטי קבוע באזור בו הוא קיים, יהיה:

$$\frac{d\phi_B}{dt} = B\frac{dS}{dt} = B\cdot MQ\cdot v$$

ולכן:

$$E \cdot MQ = - B \cdot MQ \cdot v$$

או:

$$E = -v \cdot B$$

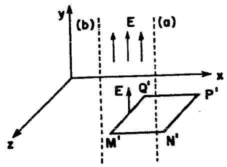
בדיקת הכיוונים מראה כי ניתן גם לכתוב $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$. אפשר היה להגיע למסקנה זו גם בדרך אחרת: מטען נח q ירגיש בכוח $-q\vec{v} \times \vec{B}$ כאשר השדה $\vec{B}$ חולף על פניו (הסימן - נובע מן העובדה כי מהירות המטען יחסית לשדה $\vec{B}$ היא שמאלה). הכוח הזה "מתפרש" על ידי המטען כנובע משדה חשמלי $\vec{E}$ המקיים $\vec{F} = q\vec{E}$.

מכאן:

$$q\vec{E} = -q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

שדה חשמלי זה, $\vec{E}$, קיים בכל האזור בו קיים השדה המגנטי $\vec{B}$ ומתאפס יחד איתו. משמע, הוא נע במהירות $\vec{v}$, כשהוא כל הזמן מאונך ל- $\vec{B}$. נבדוק עתה מהי התוצאה של תנועה זו של השדה $\vec{E}$. קל לראות שאם נצייר במישור xz מלבן M'N'P'Q' (תרשים 8.10), תגרום תנועת השדה $\vec{E}$ לתוך מלבן זה להיווצרות השדה המגנטי $\vec{B}$, ובהתאם למשוואה (4) של מקסוול יתקיים:



תרשים 8.10

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_o \varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$$

ניתוח דומה לגמרי לזה שעשינו עבור ההקפה של השדה החשמלי יביא אותנו למסקנה כי: $\vec{B} = \mu_o \varepsilon_o \vec{v} \times \vec{E}$. קל לראות שכיוון השדה $\vec{B}$ הוא אלינו, כפי שצריך להיות.

מצאנו איפוא שני קשרים בין $\vec{E}$ ל-$\vec{B}$:

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{B} = \mu_o \varepsilon_o \vec{v} \times \vec{B}$$

אם נכתוב את הקשרים בערך מוחלט, יהיה:

$$E = vB$$

$$B = \mu_o \varepsilon_o vE = \mu_o \varepsilon_o v^2 B$$

מכך נובע כי

$$\mu_o \varepsilon_o v^2 = 1$$

או

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu_o \varepsilon_o}}$$

מהירות ההתקדמות של הגל האלקטרומגנטי נקבעת איפוא על ידי המקדמים μ_o ו- ε_o .

נזכור כי:

$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7}$$

$$\varepsilon_o = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi \times 9 \times 10^9}$$

לכן:

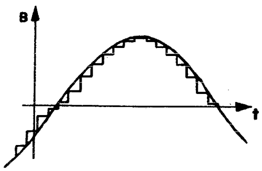
$$\mu_o \varepsilon_o = \frac{1}{9 \times 10^{16}}$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{\mu_o \varepsilon_o}} = \sqrt{9 \times 10^{16}} = 3 \times 10^8 \ \frac{m}{s}$$

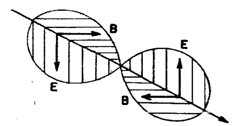
מצאנו, אם כן, כי השדה האלקטרומגנטי מתקדם בחלל ריק בצורת גל שמהירותו קבועה, $3 \times 10^8 \frac{\text{מ'}}{\text{שנ'}}$, שנהוג לסמנה ב-c .

<u>שאלה:</u> הראה כי היחידות של $\sqrt{\frac{1}{\mu_o \varepsilon_o}}$ הן אמנם $\frac{m}{s}$.

לשם פשטות הסתכלנו עד כה בשדה בעל אופי מיוחד, שהגרף שלו כפונקציה של הזמן הוא מלבן. אולם כל השיקולים שלנו נכונים גם לגבי שדה שאופי השתנותו עם הזמן שונה. אם, לדוגמה, השדה משתנה באופן סינוסואידלי עם הזמן, אפשר לתאר אותו בקירוב על ידי "גרף מדרגות" (תרשים 8.11) שלגביו כל השיקולים שלנו נכונים. נוכל איפוא לסכם כי כל שדה מגנטי (חשמלי) משתנה עם הזמן מתקדם במהירות c יחד עם שדה חשמלי (מגנטי) משתנה באותו הקצב ובאותה הפאזה (מופע). שני השדות מאונכים זה לזה, גדלים וקטנים יחד ומתקדמים בכיוון המאונך לשניהם, כלומר בכיוון המוגדר ע"י $\vec{E} \times \vec{B}$ (תרשים 8.12).



תרשים 8.11



<u>תרשים 8.12:</u> גל אלקטרומגנטי

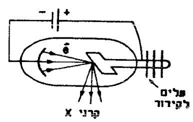
הערך אליו הגענו עבור מהירות ההתקדמות של גלים אלקטרומגנטיים בריק איננו זר לנו כלל: זוהי מהירות ההתקדמות של האור בריק. כאשר גילה מקסוול כי מן המשוואות שלו מתחייב קיומם של גלים אלקטרומגנטיים (אשר נתגלו באופן נסיוני למעלה מעשרים שנה מאוחר יותר, אחרי מותו, על ידי הרץ), וכי מהירותם של גלים אלה צריכה להיות מהירות האור, הוא הגיע למסקנה כי האור עצמו הוא גל אלקטרומגנטי. מסקנה זאת של מקסוול לא נתקבלה אמנם מיד, אולם הניסויים של הרץ והטכנולוגיה המודרנית של גלים אלקטרומגנטיים הפכו תיאוריה זו במשך הזמן לאחת ההצלחות הגדולות ביותר של הפיסיקה. בסעיף הבא נגון בקצרה בספקטרום של הגלים האלקטרומגנטיים ובכך שאורכי הגל של האור הנראה מהווים תחום צר בספקטרום רחב זה.

8,7 <u>ספקטרום הגלים האלקטרומגנטיים</u>

ראינו כיצד אפשר לייצר גלים אלקטרומגנטיים; לשם כך דרוש זרם חילופין באנטנה של מעגל תהודה. זרם חילופין פירושו מטענים מואצים, כי מטענים הנעים ללא תאוצה מהווים זרם קבוע, כלומר זרם ישר. ניתן להראות שלא זו בלבד שקיום גלים אלקטרומגנטיים מעיד על מטענים מואצים, אלא <u>שמטענים חשמליים מואצים יוצרים גלים אלקטרומגנטיים.</u>

ספקטרום הגלים האלקטרומגנטיים הוא תחום רציף של קרינה המתמשך מקרני γ ועד גלי רדיו. השמות לתחומים השונים של הספקטרום הם בדרך כלל היסטוריים ומאפשרים לפעמים לסווג את התחומים בהתאם למקורות הקרינה. הגבולות בין תחומי הספקטרום השונים אינם חדים, ולעיתים קרובות קיימת חפיפה בין קצותיהם של תחומים בעלי שמות שונים.

גלי רדיו וגלי טלויזיה הם גלים אלקטרומגנטיים ארוכים יחסית, בעלי אורכי גל מקילומטרים אחדים ועד פחות ממטר (תדירויות מ- $100\ KH_z$ ועד יותר מ- $300\ MH_z$). שיטת יצירתם היא בקווים כלליים זו שתוארה בסעיף על יצירת גלים אלקטרומגנטיים. גלים יותר קצרים, בסדר גודל של סנטימטרים ומילימטרים (תדירויותיהם סביב 10^{10} הרץ והם נקראים "גלי-מיקרו") משמשים בעיקר למכ"ם (ראדאר), וזאת בעיקר הודות לכך שכמעט ואינם עוקפים עצמים בגודל רגיל. גלים שאורכם פחות ממילימטר (תדירות גבוהה מ- 10^{11} הרץ) נקראים גלים אינפרא-אדומים: הם נפלטים על ידי גופים חמים ומהווים את עיקר הקרינה התרמית. האור הנראה מתחיל באור אדום באורך גל של כ- 7.5×10^{-7} מטר ($7500\ \mathring{A}$, או תדירות של $10^{14} \times$ הרץ) ומהווה תחום צר מאוד, ומסתיים ב $\lambda = 4 \times 10^{-7}$ m (תדירות 7.5×10^{14} הרץ) באור הסגול. מעבר לתחום האור הנראה קיים האור האולטרא-סגול בעל אורך גל של כ- 10^{-8} מטר, זאת אומרת תדירות של כ- 10^{16} הרץ, המצוי באור השמש, אולם נבלע ברובו על ידי מולקולות החמצן בחלקים העליונים של האטמוספירה. גלים קצרים עוד יותר, מ- 10^{-8} מטר ($100\ \mathring{A}$) ועד בערך 10^{-12} מטר ($0.01\ \mathring{A}$) נקראים קרני x. יצירתם נעשית על ידי עצירה של אלומת אלקטרונים מהירים על ידי אנודה ממתכת (תרשים 8.13). תהליך עצירת האלקטרונים כרוך בתאוצה (שלילית) גדולה של האלקטרונים, וראינו שמטען מואץ יוצר גל אלקטרומגנטי

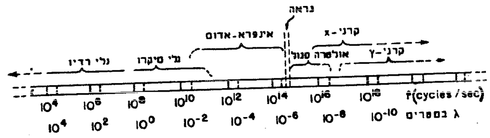


<u>תרשים 8.13:</u>

שפופרת ליצירת קרני x. האלקטרונים המואצים במתח גבוה, נעצרים על האנודה וחלק מהאנרגיה שלהם הופכת לקרינה אלקטרומגנטית. החלק האחר הופך לחום, ולכן יש צורך במתקן קירור לאנודה, בצורת עלים למשל.

קרני γ הן בעלות תדירות גבוהה אף יותר מזו של קרני x, והן נפלטות מגרעיני אטומים רדיואקטיביים. להן מיוחסים תדירויות מ- 10^{17} הרץ עד 10^{20} הרץ. לבסוף, מעבר לקרינת γ, קיימת הקרינה הקוסמית, המכילה, בנוסף לחלקיקים מהירים גם קרני γ בעלות אורך גל קצר במיוחד.

אפשר לסכם את כל הנ"ל בשרטוט (תרשים 8.14   אר את תחומי הספקטרום השונים ואת אורכי הגל (או התדירויות) המתאימים:



תרשים 8.14: ספקטרום הגלים האלקטרומגנטיים

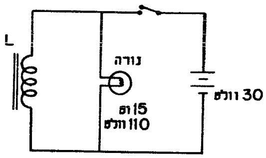
מה הן ההוכחות לכך שהאור הנראה הוא אמנם גל אלקטרומגנטי? קיימות הוכחות בשני כיוונים משלימים: מחד, ניתן להראות כי האצת מטענים חשמליים יוצרת אור נראה; אחת התופעות המגבילות ביותר להשגת אנרגיות גבוהות במאיצי חלקיקים עגולים, כמו הסינכרוטרון לאלקטרונים והבטאטרון, היא העובדה שבעקבות תאוצתם הצנטריפטלית הגבוהה פולטים האלקטרונים אנרגיה רבה בצורת קרינה אלקטרומגנטית. בתחום אנרגיות מסויים, קרינה זו היא אור נראה, ועובדה זו מאשרת את האופי האלקטרומגנטי של אור זה.

מאידך, ניתן להראות כי לכל הגלים האלקטרומגנטיים התכונות האופייניות לאור הנראה: החזרה, שבירה, התאבכות, עקיפה וקיטוב. אמנם האמצעים הדרושים כדי להראות תופעות של עקיפה והתאבכות חייבים להיות "עדינים" יותר ככל שאורך הגל קטן יותר, כי ידוע לנו שתופעות אלה תלויות ביחס בין אורך הגל וגודל המכשול. כך, למשל, בעוד שקל מאוד להראות עקיפה והתאבכות בגלי מיקרו (סדר הגודל של λ - סנטימטר) בעזרת מכשולים מקרוסקופיים, יש צורך בגבישים (בהם המרחק הממוצע בין האטומים הוא בסדר גודל של 1Å) כדי להראות את האופי הגלי של קרינת x. כמו-כן, האופי הגלי של קרינת γ מתגלה בקרבת גרעינים אטומיים, שגודלם הוא באותו סדר גודל כמו אורך הגל של קרינת γ. אולם בכל המקרים הצליחו להראות את הדמיון בין התנהגות הגלים האלקטרומגנטיים ובין התנהגות האור, אם מתחשבים באורכי הגלים השונים. הגלים האלקטרומגנטיים מהווים, איפוא, רצף אשר חלוקתו לתחומים נעשתה מטעמי נוחיות ומסיבות היסטוריות, ואיננה מהותית כלל.

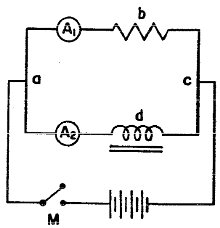
תרגילים

1. הסבר מדוע, בשעה שמנתקים מעגל המכיל סליל גדול עם ברזל רך בתוכו, רואים לעיתים ניצוץ פורץ בעד מתג המפסק.

2. בתרשים, L אלקטרומגנט גדול. כאשר מתג המפסק סגור, הנורה דולקת במעומעם. כאשר מתג המפסק נפתח בפתאומיות הנורה מבזיקה להרף-עין בבהירות גדולה בהרבה. הסבר עובדות אלה!



3. הסתכל בתרשים: ההתנגדויות של abc ושל adc שוות זו לזו.



א. איזה מהאמפרמטרים, 1 או 2, יראה זרם גדול יותר ברגע שנסגור את המפסק M ומדוע?

ב. אם נוציא מתוך הסליל d את גרעין הברזל שבתוכו, כיצד ישפיע הדבר על תוצאות הניסוי? נמק את תשובתך!

4. האם הזרם דרך סליל בעל ליפופים רבים עם גרעין ברזל המחובר למקור מתח ישתנה כתוצאה מהוצאת הגרעין מתוכו בחלקו או כולו?

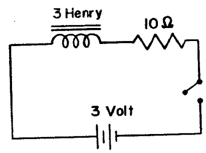
א. במעגל של זרם ישר?

ב. במעגל של זרם חילופין? הסבר!

5. ההשראות של סילונית היא 50 הנרי והתנגדותה 30 אום. מחברים את הסילונית למקור מתח של 100 וולט. כעבור כמה זמן תגיע עוצמת הזרם דרך הסילונית למחצית מערכה המכסימלי?

6. השראותו של סליל היא 5 הנרי והתנגדותו 20 אום. מחברים את הסליל למקור מתח של 100 וולט. מהי כמות האנרגיה האגורה בשדה המגנטי של הסליל כאשר עוצמת הזרם בו מגיעה לערכה המכסימלי, $I = \frac{\varepsilon}{R}$?

7. מחברים בטור סליל שהשראותו 3 הנרי, נגד שהתנגדותו 10 אום ומקור מתח בעל כא"מ של 3 וולט.



א. באיזה קצב מספק מקור המתח אנרגיה למעגל 0.3 שניות לאחר סגירתו?

ב. מהו קצב שחרור החום בנגד ברגע זה?

ג. מהו קצב אגירת האנרגיה בשדה המגנטי ברגע זה?

ד. הראה כי קיים שימור אנרגיה במעגל ברגע זה.

8. צרור של קרינה אלקטרומגנטית נע היישר לקראתך. לפי שעה, אין כל שדה חשמלי במקום בו אתה עומד, אך זמן קצר אחרי-כן ישרור שם שדה חשמלי $\vec{E}$ מכוון אנכית כלפי מטה, מעט אחרי כן ישרור שם שדה חשמלי $\vec{E}$ מכיוון אנכית כלפי מעלה, ולבסוף לא יהיה שם כל שדה. מה יהיה כיוונו של השדה המגנטי $\vec{B}$ במקום עומדך, בשעה שהשדה החשמלי $\vec{E}$ המכוון אנכית כלפי מטה הגיע אליך?

9. מהו חומר הראיות המעיד כי קול איננו קרינה אלקטרומגנטית?

10. אלקטרונים הנעים במהירות $3 \times 10^7 \frac{\text{מ'}}{\text{שנ'}}$ פוגעים בלוח מטרה בשפופרת קרני - x ומובאים לידי מנוחה לאחר עוברם כברת דרך השווה בקירוב לקוטר אטומי, זאת אומרת כ- 10^{-10} מטר.

א. מהו זמן העצירה?

ב. אם נשתמש באחד חלקי פרק זמן זה כדי לאמוד את התדירויות שהיינו יכולים לצפות שתופענה בקרינה האלקטרומגנטית הנובעת מהאטה זאת, מהו ערך התדירות שנקבל?

ג. איזה אורך גל מתאים לתדירות זאת?

מדריך למעבדה

ניסוי א': גילוי התוכן של קופסה סגורה

לפניך קופסאות עם שני הדקים. הן סגורות במכסה שניתן להסירו. מוצע לך להשתמש במכשירי מדידה וספק על מנת לגלות את תוכן הקופסאות, ולבסוף להסיר את המכסה כדי לבדוק מסקנתך. אמנם אתה יכול לפתוח גם קודם, אך בזאת ילך לאיבוד העניין שבניסוי.

בכל הקופסאות מתקנים העומדים במתחים עד 6 וולט. אל תעבור מתח זה בשום אופן! השתמש בזרם ישר, וכוון את הספק למתחים 1.5V , 3V , 4.5V , 6V בזה אחר זה. אתה יכול לנסות אם החלפת כיוון הזרם בקופסה משנה משהו. אל תסמוך על המתח הרשום בספק, ומדוד תמיד בוולטמטר את המתח על הקופסה.

ערוך גרף $i = f(V)$ והסק מסקנות ממנו.

יתכן כי תמצא שבחקר קופסה מסויימת המכשירים הרגילים אינם מספיק טובים. לרשותך עומד גם מולטימטר, אשר השימוש בו יוסבר על ידי המורה. ברר לעצמך במה המולטימטר טוב יותר מהמכשירים הרגילים.

ניסוי ב': קופסאות 4 הדקים

גם כאן עליך לגלות את תוכן הקופסאות בעזרת ספק ומכשירי המדידה. הפעם תוכן הקופסאות הוא רק אלמנטים ליניאריים, כלומר נגדים. שים לב ששניים מן ההדקים מחוברים ביניהם חיבור פנימי, בהתאם לקו המצוייר על הקופסא.

נסה בתחילה לוודא מה צורת החיבור הפנימי של הנגדים, בלי לשים לב לערכם, ורק אחר כך תוכל לחשב את ערך הנגדים. למטרה זו תוכל גם להשתמש במולטימטר בתוך אוהמטר (מד-התנגדות).

<u>אזהרה!</u> אין להשתמש באוהמטר במעגל מחובר לספק!

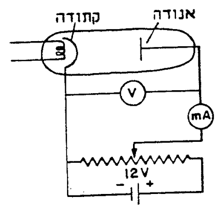
ניסוי ג': אופיין של דיודה תרמיונית

כידוע, תיל מתכתי חם פולט אלקטרונים. אם בקרבת התיל יימצא לוח מתכת חיובי, יימשכו האלקטרונים אליו.

בדיודת ריק שלפניך, תיל שזור המחובר אל מקור של 3-4.5V (יכול להיות זרם חילופין) מחמם גליל מתכת קטן ומבודד ממנו; גליל זה פולט את האלקטרונים והוא נקרא קתודה. סביב הקתודה נמצא גליל מתכת שני - האנודה. על הכן שעליו

שעליו ביצבת השפופרת יש שלשה שקעים: שני הירוקים מחוברים אל התיל המחמם, השחורים מחוברים אל הקתודות, והאדומים לאנודות. (יש שתי קתודות ושתי אנודות, כי זו דיודה כפולה).

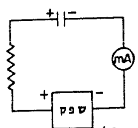
חבר את תיל החימום ל-AC 4.5V, את הקתודה והאנודה ל- DC 4.5V דרך מכשיר המדידה. המתן עד שהקתודה תתחמם. האם זורם זרם? הפוך את כיוון המתח האנודי. האם עתה זורם זרם? מדוע?



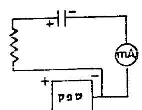
עתה חבר את המעגל המשורטט, עם ריאוסטט מחובר כפוטנציומטר, כך שהמתח האנודי המכסימלי יהיה 12V כוון את מתח החימום בין 4.5V-3V כך, שבמתח אנודי של 12V יהיה הזרם המכסימלי בין 20 ל-35 מיליאמפר. הורד את המתח האנודי לאפס, והעלה אותו בהדרגה (תחילה כל וולט, אחר כך כל חצי וולט) עד 12V תוך רישום הזרם בכל מקרה. רשום גרף $i = f(V)$.
חזור על אותו הניסוי במתח חימום יותר קטן במקצת מהמתח בו בחרת קודם. רשום את הגרף השני על אותה מערכת צירים עם הגרף הראשון. נתח!

ניסוי ד': טעינת קבל ופריקתו

לפניך קבל אלקטרוליטי, שני בגדים, ספק אמפרמטר ותילי חיבור. כוון את הספק ל-24V ואת האמפרמטר לתחום של 50mA.



א'



ב'

1. חבר את המעגל על-פי תרשים א'. הפעל את הספק. כיצד מגיב האמפרמטר?

2. העבר את התיל המחובר להדק החיובי אל ההדק השלילי של הספק (תרשים ב'). כיצד מגיב המכשיר עתה?

3. חזור על הפעולה (1), הכה עד שהאמפרמטר מראה כי עוצמת הזרם ירדה לאפס, אחר-כך הפוך את חיבורי האמפרמטר ואז חזור על הפעולה (2). מה קורה הפעם?

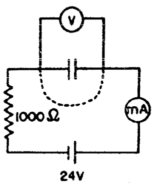
4. בצע את פעולה (1) ורשום את עוצמת הזרם ברווחי זמן של 5 שניות, עד שהעוצמה יורדת לאפס. הזרם שאתה מודד בפעולה זאת הוא זרם הטעינה של הקבל. שרטט גרף של זרם הטעינה כפונקציה של הזמן.

5. בצע את פעולה (3) ורשום גם הפעם את עוצמת הזרם ברווחי זמן של 5 שניות. זרם זה, שכיוונו הפוך לכיוון זרם הטעינה, הוא זרם הפריקה של הקבל. שרטט גרף של זרם הפריקה כפונקציה של הזמן.

6. חשב את כמות המטען שעברה במעגל בשעת הטעינה. כיוון שזרם הטעינה השתנה כל הזמן, מצא לפי הגרף את עוצמת הזרם הממוצעת בכל שנייה. זוהי גם כמות המטען שזרמה במעגל במשך אותה שנייה. סכום כמויות מטען אלה במשך זמן די ארוך, שלושים שניות למשל, ישמש להערכה טובה של כמות המטען שעברה במעגל. כמו כן חשב את כמות המטען שעברה במעגל בשעת פריקת הקבל.

7. חזור על טעינת הקבל; הוסף נגד למעגל ופרוק את הקבל דרך המעגל שעתה הוא בעל התנגדות גדולה יותר. מה הן הפעם כמויות המטען שזרמו במעגל בשעת טעינת הקבל ובעת פריקתו? כיצד משפיע הנגד על כמויות המטען הזורמות במעגל בטעינה ובפריקה?

ניסוי ה': מתח על פני קבל



כדי ללמד על הקשר בין המטען הנאגר בקבל והמתח על פניו, נערוך את הניסויים הבאים:

א. חבר את המעגל המשורטט. כוולטמטר השתמש במולטימטר בתחום המתאים, ובקבל של הניסוי הקודם. טען את הקבל תוך רישום מתח וזרם כל חמש שניות. רשום את הגרפים המתאימים על אותה מערכת צירים.

ב. בצע אותן המדידות תוך פריקת הקבל, ורשום את הגרפים של הזרם והמתח כפונקציה של הזמן על אותה מערכת צירים. רשום גם גרף $V = f(i)$.

ג. החלף את הנגד של 1000Ω בריאוסטט של 5000Ω, והתאמן בשינוי רציף של ההתנגדות (כאשר אתה מתחיל בהתנגדות הגדולה ביותר, כמובן) כדי לשמור על זרם טעינה קבוע זמן גדול ככל האפשר. כשאתה מאומן, מדוד את המתח על הקבל כל חמש שניות תוך טעינתו בזרם קבוע. חזור על כך גם בפריקה. הסק מתוצאותיך מסקנה על הקשר בין V ו-q בקבל.

*ד. ניתן לבצע את חלק ג' ביתר נוחיות, אם יש לך ריאוסטט בעל ערך גדול יותר (למשל 100 kΩ), ומד-זרם רגיש יותר. כוולטמטר ניתן גם להשתמש באוסילוסקופ, שהתנגדותו גדולה יותר מזו של המולטימטר.

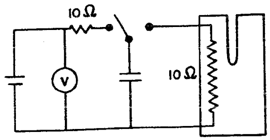
ה. אם קיבולו של קבל מוגדר כיחס בין מטענו והמתח על פניו $C = \frac{q}{V}$, מצא את קיבול הקבל שלך. האם זה מתאים לרשום עליו?

ו. חשב את ערך המכפלה RC עבור המצבים א' ו-ב', ומצא מן הגרפים שלך פי כמה ירד הזרם בזמן $t = RC$. (המכפלה RC נקראת קבוע הזמן).

ניסוי ו': אנרגיה אגורה בקבל טעון

ראינו כי קבל טעון יכול לשמש כמקור זרם, כלומר מקור אנרגיה. אנרגיה זו יכולה להיות תלויה בקיבול הקבל ובמתח על פניו. (אנרגית הקבל תלויה ללא ספק בכמות המטען האגורה בו, אך זו פרופורציונית למתח על הקבל). מטעמים מעשיים נחקור כאן תלות האנרגיה של קבל במתח על פניו בלבד.

ניקח קוביה קטנה של אלומיניום, בה נמצא נגד של 10Ω וחור למד-חום בו השתמשנו בעבר. אם נטען קבל, ונפרוק אותו דרך הנגד שבקוביה, זו תתחמם והמד-חום יראה עלית טמפרטורה. ברם עלית טמפרטורה זו תהיה בדרך כלל קטנה מדי, ויש לחזור על כך מספר פעמים כדי לאפשר קריאה נוחה. לשם כך נשתמש במפסק מהפך, שבמצבו האחד מאפשר טעינת הקבל ובמצבו השני את פריקתו דרך הנגד בקוביה.



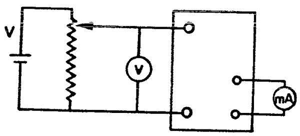
בנה את המעגל המשורטט וכוון את המתח בספק ל-6V. עתה טען ופרוק את הקבל 40 פעמים, בקצב של שניה בערך לכל הפיכת כיוון המפסק (מדוע?). רשום את עלית הטמפרטורה. חזור על פעולה זו עבור מתח של 12V, אבל רק 20 פעם, ועבור 10,24V פעמים. מה אתה למד על הקשר בין האנרגיה U ובין המתח V? כיצד ניתן להשיג מספר נקודות גדול יותר? מה מקורות אי הדיוק שבניסוי?

חבר את הנגד שבקוביה למתח של 1.5V לזמן של 30 שניות, מדוד מתח, זרם ועליית טמפרטורה, וחשב את קיבול החום של הקוביה. מצא את המקדם של V^2 בביטוי ל-U, והשווה אותו עם קיבול הקבל. מה המסקנה?

מדוע הצענו מספר פריקות קטן יותר ככל שהמתח היה גבוה יותר?

ניסוי ז': מדידת מטען וקיבול בעזרת אלקטרומטר

אלקטרומטר הוא מכשיר למדידת מתחים עם התנגדות אינסופית. האלקטרומטר שלפניך מאפשר למדוד מתחים עד 1V, והתנגדותו אינסופית למעשה.



ראשית, כייל אותו. לשם כך הפעל בעזרת פוטנציומטר מתח של 1V בכניסה, וכוון את בורג הרגישות (Sensitivity) מראה בדיוק 1.0mA. בדוק לגבי מתחים אחרים, נמוכים יותר שהכיול הוא לינארי.

קח קבל של 0.1μF, וחבר אותו בין הדקי הכניסה של האלקטרומטר. קצר את הדקי הקבל כך שהמכשיר יראה אפס. טען קבל של 500pF במתח של 100V, וחבר אותו אל הדקי הכניסה של האלקטרומטר. מה מראה מכשיר המדידה? מה המטען עתה בקבל של 0.1μF? מה היה המטען קודם בקבל של 500pF? מה המסקנה?

קח את קבל הלוחות הנתון לך, טען אותו במתח של 100V, וחבר אותו אל הכניסה של האלקטרומטר. חשב את המטען והקיבול של קבל הלוחות.

חבר את ההדק השלילי של הספק למתח גבוה לאדמה, והבא כדור מוליך קטן במגע עם ההדק החיובי במתח של כמה אלפי וולטים. אחר כך הבא את הכדור הטעון במגע עם הדק הכניסה החיובי של האלקטרומטר. האם יש סטיה? חזור על אותה הפעולה, כאשר קבל של 0.01μF מחובר בין הדקי הכניסה של האלקטרומטר במקום הקבל של 0.1μF שהיה קודם. האם עתה יש סטיה ניכרת? חשב את המטען שנאגר בכדור, ואת קיבול הכדור.

השתמש בכל הציוד הנמצא לרשותך, כדי למצוא כיצד משתנה הקיבול של קבל לוחות עם המרחק בין הלוחות, וכיצד קיבול זה בשטח החפיפה של הלוחות.

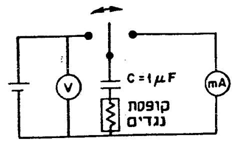
ניסוי ח': מדידת קיבול של קבל בעזרת מפסק רועד (רטט)

אם נפרוק קבל דרך נגד ומד-זרם בקצב מהיר, מחוג מד הזרם לא יספיק לחזור אחר כל מעבר מטען, ויישאר יציב במקומו. בתנאים אלה, מכפלת עוצמת הזרם הממוצעת, אותה מראה המכשיר, בזמן הזרימה תהיה שווה למטען הכולל שעבר בנגד. בספר מוסבר, כי אם תדירות הפריקה f, מתח הטעינה של הקבל V וקיבולו C, אזי:

$$I = CVf$$

ומן הנוסחה הזו ניתן לחשב את C.

לרשותך מפסק רועד. את הרעידה מבטיח מתח חילופין 12V אליו מחברים את שני ההדקים המתאימים. תדירות הרעידה היא $f = 100$ Hz. (נסה להבין מדוע).
קח קבל שרשום עליו 1μF, וחבר את המעגל המשורטט.
בחר מתח כזה שהקבל לא ייפרץ,
ערוך חישוב מוקדם של הזרם
הצפוי, ובחר את תחום
המולטימטר בהתאם.



חבר את קופסת הנגדים בתחום
הנמוך (אומים) וכוון את
הכפתור הבורר להתנגדות
הגבוהה ביותר בתחום זה (10000Ω). הפעל את הרטט (מפסק רועד) וצפה במולטימטר.
האם הזרם הוא כצפוי? הקטן בהדרגה את ההתנגדות של הקופסה. מה קורה לזרם? מדוע? הפסק להקטין את ההתנגדות כאשר לא משתנה הזרם יותר, מדוע? מדוע יש צורך בהתנגדות?

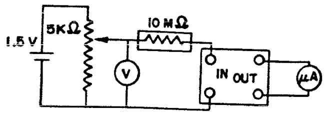
חשב את קיבול הקבל מנתוני הניסוי: זרם, מתח, תדירות. האם התוצאה מתאימה לרשום על הקבל?

מה תהיה עוצמת הזרם אם הקבל יהיה פי אלף קטן יותר? האם יהיה נוח לקרוא עוצמת זרם זו במכשיר שלך?

ניסוי ט': קיבולו של קבל לוחות

כדי להתגבר על הקושי שבמדידת עוצמות זרם חלשות מאוד, נשתמש במגבר לזרם ישר. חבר אליו את הסוללות, חבר אל ההדקים אל היציאה (OUTPUT) את המולטימטר בתחום של 50μA, וסובב את הכפתור עד שמחוג המכשיר יחזור לאפס.

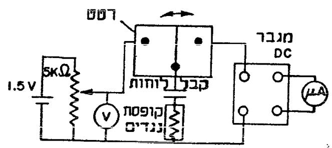
כדי לכייל את המכשיר, בנה את המעגל המתואר. הפוטנציומטר מאפשר לך לווסת את המתח על ההתנגדות של 10000Ω (התחום הגבוה של קופסת הנגדים). סובב את



הפוטנציומטר עד שמכשיר המדידה מראה סטיה של סקלה מלאה (50μA). מה קריאת הוולטמטר? מה עוצמת הזרם בכניסה למגבר? מה הנחת בתשובתך? הפסק את פעולת הספק, ובדוק שוב את איפוס מד-הזרם (יש לפעמים תזוזה קטנה במשך הזמן).
ערוך גרף של זרם היציאה של המגבר כפונקציה של זרם הכניסה. האם המגבר ליניארי? מה מקדם ההגברה?

עתה ניתן לגשת לניסוי העיקרי: מדידת קיבול של קבל לוחות, וכיצד תלוי קיבול זה בפרמטרים השונים של הקבל, היינו שטח הלוחות, המרחק ביניהם, החומר ביניהם.

הנח את הלוחות על חומר מבודד, כאשר בארבע הפינות בין הלוחות ישנו ריבוע קטן מבודד. בנה את המעגל הבא:



קופסת הנגדים בתחום הגבוה,
10000Ω. הפעל את הרטט,
וכוון את המתח כך שסטית
מד הזרם תהיה כמחצית
הסקלה. הקטן בהדרגה את
ההתנגדות עד שהזרם כבר
אינו משתנה.

עתה כוון את המתח כדי שהסטיה של מד הזרם תהיה מלאה. רשום את המתח, ואל תשנה אותו יותר.

הכנס עתה 2, 3, 4, 5 ריבועים מבודדים קטנים בכל ארבע הפינות בין לוחות הקבל, ומדוד בכל מקרה את הזרם במכשיר. מן הנוסחה הקודמת

$$C = \frac{I}{Vf}$$

נובע כי הקיבול פרופורציוני לזרם. רשום איפוא את קריאת המכשיר כפונקציה של המרחק בין הלוחות. איזה קו קיבלת? על איזה קשר הוא מרמז? תאר את הזרם (הקיבול) כפונקציה של 1/d. איזה קו קיבלת? האם הוא עובר דרך הראשית? מה יכולה להיות סיבת הדבר?

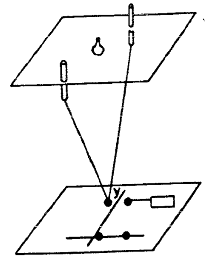
כדי לחקור את התלות בשטח, אתה יכול להזיז את הלוח העליון יחסית לתחתון (דאג למשקולת עליו כדי להבטיח שיווי משקל). מדוד את הזרם כאשר המרחק בין הלוחות הוא עובי של ריבוע מבודד אחד, ואת מזיז את הלוח העליון ב-5 ס"מ, 10 ס"מ, 15 ס"מ. רשום גרף של הזרם (הקיבול) כפונקציה של שטח החפיפה בין הלוחות. מה המסקנה?

תרגם את הזרם במד הזרם לזרם כניסה למגבר עבור המקרה בו שטח הלוחות מלא, והמרחק ביניהם הוא עובי של ריבוע מבודד אחד. (חסר ממנו תחילה את הזרם הנובע מקיבול פרזיטי). מצא את הקיבול של קבל הלוחות במקרה זה, ומצא את ערכו של ε_o בנוסחה:

$$C = \varepsilon_o \frac{S}{d}$$

מצא פי כמה משתנה הקיבול של קבל הלוחות, אם תכניס בין הלוחות את הדף השלם של חומר מבודד, במקום הריבועים הקטנים. (ליחס הזה קוראים המקדם הדיאלקטרי של החומר המבודד, וסימונו ε_r). מהי איפוא הנוסחה הכללית לקיבול של קבל לוחות?

ניסוי י': חוק קולון

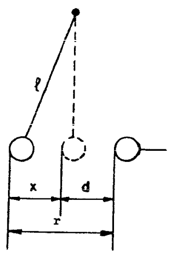


לפניך מערכת לחקירת התלות של כוח הדחיה בין שני כדורים טעונים קטנים, במרחק ההדדי בין הכדורים.

תחילה דאג שהכדור התלוי על חוט הניילון בצורת V יהיה באותו גובה עם הכדור עם המוט. עתה, בעזרת סיבוב מקלות העץ אליהם קשור חוט הניילון, דאג שהצל של הכדור התלוי על הנייר המילימטרי יהיה משיק, בצידו השמאלי, לציר ה-y בראשית הצירים.

היות ומקור האור הוא נקודתי, המרחקים בין הצלליות של הכדורים פרופורציוניים למרחקים בין הכדורים עצמם. בספר מוכח כי $F = \frac{mg}{\ell} x$ עבור סטיות קטנות כלומר סטית הכדור x פרופורציונית לכוח החשמלי עליו F. המרחק בין הכדורים r שווה למרחק d אותו תמדוד מראשית הצירים בתוספת הסטיה x.

כדאי איפוא להכין מראש טבלה בהתאם לדוגמה, ולמלא את העמודה של x במשך הניסוי, שצריך להתבצע מהר ככל האפשר כדי למנוע דליפת מטען.



d	x(F)	r = d + x
6		
5		
4		
3		
2		
1		
0		
-1		

סען את הכדור המוליך על המוט המבודד, בעזרת קבל מתאים, או בהשפעה בעזרת מוט PVC משופשף. הבא את הכדור הזה במגע עם הכדור התלוי, הוצא אותו מן הארגז, טען אותו מחדש, והבא אותו כך, שצידו השמאלי של צילו על הנייר המילימטרי יהיה על הסיפרה 6 (6 ס"מ מראשית הצירים). רשום את הסטיה של צל הכדור התלוי. קרב את הכדור על מוט עד הסיפרה 5, ורשום שוב את הסטיה של הכדור התלוי. המשך בהתקרבות עד הסיפרה 0, ואף 1-, ובכל מקרה רשום את סטית הכדור התלוי. עתה התרחק עם הכדור על מוט, ובדוק אם היתה דליפת מטען. (כיצד?) רשום גרף של הכוח F (המיוצג על ידי הסטיה x) כפונקציה של r. מה צורת הגוף? מה הרמז שבו על הקשר F = F(r)?

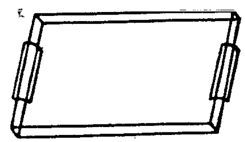
תאר את F כפונקציה של r על נייר לוגריתמי, או log F כפונקציה של log r על נייר מילימטרי רגיל אם אין לך נייר לוגריתמי. מה שיפוע הקו? מה אתה למד על הקשר המתמטי בין F ו- r?

אפשר לתאר F כפונקציה של $1/r^2$. עשה זאת. מה המסקנה? האם הנקודות הקיצוניות "יושבות יפה" על הגרפים? מה הסיבות לכך?

הצע שיטה עקרונית לבדיקת התלות של הכוח במטען הכדורים. האם ניתנת השיטה ליישום בקלות? מדוע?

מיפוי שדה חשמלי בעזרת קווים שווי פוטנציאל

שווי-פוטנציאל מאונכים בכל מקום לקווי השדה החשמלי. אפשר
וי-פוטנציאל בשדות שונים בעזרת המתקן הפשוט הבא: קח מגש
ות, בעל דופן של 1 ס"מ לפחות, והכנס בו מים רכים עד מחצית
. צפה את הדפנות הצרים
(למשל עטיפת שוקולד),



האלה למתח של DC 24V.
לפחות (20000 Ω/V) בתחום
, חבר את ההדק השלילי
הדק השלילי של הספק,
התייל המחובר להדק
לטמטר אל תוך המים. מה קורה? הזז קצה תייל זה למקומות שונים
לטמטר.

גש נייר מילימטרי, חבר את תייל הוולטמטר אל מילוי של עט
ל הנייר קווים שווי-פוטנציאל. מה המסקנה על השדה בין לוחות

ס לאמבט שני גלילי מתכת קטנים במקום דפי האלומיניום, ולצייר
נציאל גם במקרה זה. כמו-כן, אתה יכול להשתמש באחד הדפים של
יל מתכת כיוצרים את השדה. מצא בכל המקרים האלה את צורת השדה

...לקטרוסקופ; השפעה אלקטרוסטטית

ופ, פס שחור שיש לשפשף בצמר ופס שקוף שיש לשפשף בנייר (לבן

לקטרוסקופ (בלי דיסקית) אחד הפסים המשופשפים. הסתכל בעלים
הפס עד כדי מגע. קרב את הפס השני, המשופשף גם הוא. מה קורה
ופ? מדוע?

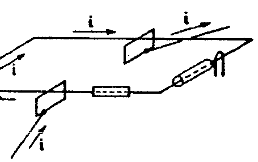
ג על הגולה. קרב אחד הפסים המשופשפים מעל הדיסקית עד כדי
. הסבר מה קורה.

לדיסקית, גע באצבע לזמן קצר בדיסקית כל עוד הפס קרוב אליה,
הסבר מה קרה. קח נורית ניאון קטנה, החזק בין אצבעותיך את
בדיסקית עם ההדק השני תוך התבוננות מקרוב אל הנורית.

טען מחדש את האלקטרוסקופ על ידי השפעה, וקרב את היד אל הדיסקית. ...
גם גוף מתכתי מאורק. מה קורה לעלים? מדוע? הרחק את הגוף המאורק, ...
מסקנה על קיבול גוף שנמצא בקרבת האדמה!

נסוי י"ג: מדידת שדה מגנטי

תכונתו היסודית ביותר של שדה מגנטי, על פיה נמדדת עוצמתו, היא הפע...
על זרם חשמלי. כוח זה ניתן להשוואה למשקל ידוע בעזרת מאזני זרם.



ראשית אזן את המאזניים בעזרת הרוכב
הנייד. העבר דרך התייל ממנו בנויים
המאזניים זרם i, והשתמש במגנטים
שעומדים לרשותך כדי למצוא באיזה
כיוונים יחסיים של השדה והזרם נוצר
כוח על התייל, ומה כיוונו של כוח
זה. (את כיוון השדה שנוצר על ידי
המגנטים תקבע בעזרת מצפן).

הנח את זוג המגנטים סביב התייל כך, שהכוח על התייל יפעל כלפי מטה. ...
הקצה השני של המאזניים (שווי זרועות) משקולת ידועה (אורך נתון של ...
לדוגמה) ושנה את הזרם עד אשר המאזניים מאוזנים. רשום את הזרם ות...
פעולה זו עם 2, 3, 4 משקולות. כיצד תלוי הכוח בזרם?

הנח ליד זוג המגנטים הראשון זוג נוסף. האם שינית את עוצמת השדה ...
האם שינית את אורך התייל הנתון להשפעת השדה? מה גודל הכוח עתה, ...
למקרה הקודם, עבור אותו הזרם?

שנה את עוצמת השדה המגנטי (כיצד?) ומצא את השפעת השינוי על הכוח

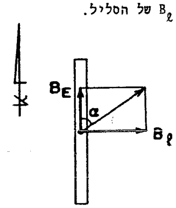
תן הערכה לעוצמת השדה בין זוג המגנטים על פי נוסחת ההגדרה:

$$B = \frac{F}{i\ell}$$

ניסוי י"ד: השדה המגנטי הוא וקטור (גלוונומטר טנגנטי)

לשדה המגנטי יש עוצמה וכיוון מוגדרים, ובכך רמז לאופיו הווקטורי. כדי להראות שאכן שדה זה הוא ווקטורי, יש צורך להראות כי שדות מגנטים מתחברים באופן וקטורי. בניסוי זה נניח את האופי הוקטורי של השדה המגנטי, ונבדוק ניסיונית את המסקנות התיאורטיות הנובעות מכך.

אחד השדות יהיה הרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי, שכיוונו נתון על ידי מצפן רגיל. עוצמתו וכיוונו קבועים. השדה השני, אותו נחבר אל השדה הארצי, יהיה השדה שנוצר במרכזו של סליל גדול שטוח, אשר כידוע (ראה צילומים בספר) מאונך למישור הסליל. נסדר את הסליל אנכית, באופן שמישורו יהיה בכיוון המרידיאן המגנטי (הכיוון צפון-דרום). מצפן במרכזו של הסליל, יושפע על ידי שני השדות המאונכים זה לזה, B_E של כדור הארץ ו- B_ℓ של הסליל.



אם שדות אלה מתחברים וקטורית, תסתדר מחט המצפן בכיוון השדה השקול, זאת אומרת תסטה בזוית α ביחס לכיוון השדה הארצי, B_E.

יתקיים: $$tg\alpha = \frac{B_\ell}{B_E}$$

אם נשנה את B_ℓ (B_E נשאר כמובן קבוע) ישתנה $tg\alpha$ ביחס ישר אליו. נשיג זאת על ידי שינוי מספר הליפופים (בהם זורם אותו הזרם) בסליל. כל ליפוף יוצר בוודאי אותו שדה במרכזו, ומכאן ניתן להסיק כי B_ℓ משתנה ביחס ישר למספר הליפופים בסליל N .

$$B_\ell \propto N$$

אולם ראינו כי $$tg\alpha \propto B_\ell$$

מכאן נובע $$tg\alpha \propto N$$

בדוק את הקשר הזה באופן נסיוני. חבר את כל אורך החוט אל מקור זרם דרך ראוסטט, אך לפף רק ליפוף אחד על המסגרת מאלומיניום (חומר לא מגנטי). כוון את עוצמת הזרם עד אשר הסטיה של מחט המצפן היא כ-10° מהצפון. כדי לבדוק אם כיוון המסגרת טוב, הפוך את כיוון הזרם בסליל. אם לא מתקבלת אותה סטיה בצד השני, שנה את כיוון המסגרת בהתאם. כאשר הסטיות בשני הצדדים שוות, קבע את המסגרת לשולחן בעזרת ניר דבק או אמצעי אחר, כדי שלא תזוז יותר.

עתה הוסף ליפופים בזה אחר זה ומדוד בכל מקרה את זוית הסטיה α. ערוך גרף של $tg\alpha$ כפונקציה של מספר הליפופים N. מה המסקנה?

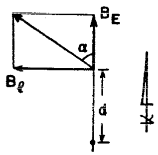
עתה, הוסף אמפרמטר למעגל, ובלי לשנות את מספר הליפופים, שנה את עוצמת הזרם. ערוך גרף של $tg\alpha$ כפונקציה של עוצמת הזרם i. מה יכול אתה להסיק מכך?

חשב מנתוניך את עוצמת הזרם הנוצרת בסליל בו חמישה ליפופים, שדה מגנטי שווה בעוצמתו לרכיב האופקי של השדה המגנטי הארצי.

ניסוי ט"ו: השדה המגנטי סביב תייל ישר ארוך

עוצמת השדה סביב תייל בודד קטנה מדי (בעוצמת זרם רגילה עד 5A) מכדי שניתן יהיה למודדה ישירות במאזני זרם. אולם אפשר להשתמש בשיטה שפותחה בניסוי הקודם, בעזרת מצפן, כדי למצוא כיצד משתנה עוצמה זו עם הזרם בתייל ועם המרחק ממנו.

כידוע מן הצילומים, וקטור עוצמת השדה המגנטי בנקודה מסויימת בקרבת תייל ישר ארוך מאוד ("אינסופי") משיק למעגל העובר בנקודה זו ומרכזו בתייל. אם נסדר תייל אנכי, יהיה בכל הנקודות צפונית לתייל (או דרומית ממנו) השדה המגנטי הזה מאונך לרכיב האופקי של השדה הארצי, ויתחבר איתו באופן ש:



$$tg\alpha = \frac{B_\ell}{B_E}$$

ובהיות B_E קבוע, $tg\alpha$ פרופורציוני ל- B_ℓ ומייצג אותו. תוכל לחקור בסיונית את התלות של B_ℓ ($tg\alpha$) בעוצמת הזרם בתייל, i, ובמרחק d. סכם את התוצאות בנוסחה.

למען דיוק הניסוי יש להשתמש במצפן בעל מחט קטנה, ולהתחיל במרחק שאינו קטן מ-3 פעמים אורך המחט. מדוע?

ניסוי ט"ז: השדה המגנטי של סילונית

פיתוח תיאורטי מראה, כי השדה המגנטי במרכזה של סילונית ארוכה נתון על ידי הנוסחה

$$B = \mu_o i \frac{N}{L}$$

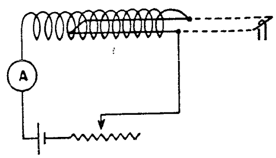
שדה זה יפעיל על תייל באורך ℓ הנושא זרם i כוח:

$$F = i\ell B$$

אם אותו הזרם זורם בסילונית ובתייל (חיבור בטור) יהיה הכוח:

$$F = \mu_o i^2 \frac{N}{L} \ell$$

בניסוי זה נבדוק את התלות ב- i^2, ונחשב את μ_o, המקדם המגנטי של הריק.
למדידת הכוח נשתמש במאזני זרם צרים, אשר בהם החלק הצר של התייל נמצא במרכז הסילונית.
האם פועל כוח על החלקים הארוכים של התייל?



חבר את הסילונית ומאזני הזרם בטור כך, שהכוח הפועל על החלק הצר של התייל יהיה מכוון כלפי מטה. מדוד את הזרם הדרוש כדי לאזן משקולת אחת, שתיים, שלוש וארבע בקצה המאזניים. תאר גרף של F כפונקציה של i^2 מה המסקנה?

חשב מתוך שיפוע הגרף, את ערכו של μ_o. השתמש בנתונים על הסליל שתקבל מהמורה.

ערוך תיקון לערכו של μ_o, בהתחשב בעובדה שארכה של הסילונית איננו אינסופי. את הנוסחה לשם כך תמצא בסוף פרק ה'.

ההגדרה השרירותית של μ_o הינה:

$$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} \ \frac{T \times m}{A}$$

מצא את מידת הדיוק (אחוז השגיאה) של ניסויך. מה מקורות השגיאות לדעתך?
מה בדקת, למעשה, בניסוי זה?

ניסוי י"ז: מדידת המסה של אלקטרון

שדה מגנטי מעקם את מסלולו של חלקיק טעון הנע דרכו. אפשר לנצל תופעה זו למדידת התנע של החלקיק. ואכן בשדה אחיד נע חלקיק בתנועה מעגלית, בה כוח לורץ $F = qvB$ מספק את התאוצה הצנטריפטלית:

$$qvB = \frac{mv^2}{R}$$ (R - רדיוס העקמומיות של האלקטרון)

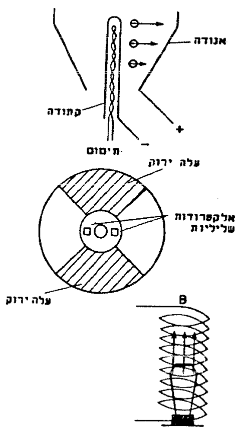
$$mv = qBR$$

אם גם האנרגיה של החלקיק ידועה, $E_K = \frac{1}{2}mv^2$, נוכל לחלץ את מסת החלקיק מביטויי התנע והאנרגיה:

מן המכניקה ידוע כי $p^2 = 2mE_K$ (במקרה של מהירויות קטנות בהרבה ממהירות האור)

$$m = \frac{p^2}{2E_K}$$

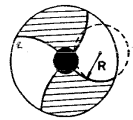
קיימת שפופרת ואקום, ושמה "עין מגית", בה ניתן להעזר כדי למצוא את סדר הגודל של מסת האלקטרון. ואמנם את סדר הגודל בלבד ניתן למצוא, ולא ניתן לערוך מדידה מדוייקת כפי שנראה בהמשך.



בשפופרת זו, קתודה הפולטת אלקטרונים מחוממת על ידי תייל שזור מיוחד מחובר למתח של 6,3V. מסביב לקתודה, אנודה בצורת משפך מצופה בחומר פלואורסצנטי. כאשר אנודה זו חיובית ביחס לקתודה, מואצים האלקטרונים השליליים לקראתה, ובפוגעם בה, גורמים לפליטת אור ירוק. ליד הקתודה נמצאות שתי אלקטרודות שליליות (חיבור פנימי) המונעות מן האלקטרונים להגיע לאזורים מסויימים של האנודה, ויוצרים "עלים" ירוקים. שפות העלים האלה מייצגות את המסלולים של האלקטרונים הקיצוניים של האלומה.

אם נכניס את השפופרת בתוך סילונית ונעביר בסילונית זו זרם חשמלי, יווצר שדה מגנטי מאונך לכיוון

תנועתם של האלקטרונים. כתוצאה מכך מתעקמים מסלוליהם, ושפות העלים מתעקמות גם כן. בעזרת מקלות עגולים שונים מחומר לא מגנטי (עץ, פלסטיק, אלומיניום וכו') מודדים את רדיוס העיקום של שפת העלה, אותו מתאימים למקל על ידי ויסות השדה המגנטי בסילונית.



אם המתח המאיץ (המתח האנודי) הוא V, שווה האנרגיה הקינטית:

$$E_K = Vq$$

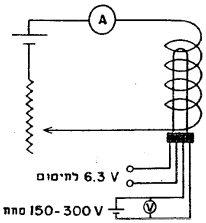
ומסת האלקטרון תהיה

$$m = \frac{P^2}{2E_K} = \frac{q^2B^2R^2}{2Vq} = q\frac{B^2R^2}{2V}$$

מטת האלקטרון ידוע

$$e = 1.6 \times 10^{-19}C$$

השדה המגנטי בסילונית הוא $B = \mu o \frac{N}{L} i$.



השתמש בנוסחה זו בערך <u>הלא-מתוקן</u> של μ_o אותו מצאת בניסוי ד' (מדוע?), ומצא את מסת האלקטרון.

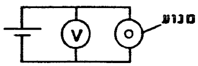
אחד ממקורות השגיאה (לא היחיד, ואולי לא החשוב ביותר) נעוץ בעובדה שאין השלבים של האצת האלקטרון ועיקום מסלולו נפרדים זה מזה; האלקטרון <u>איננו נע במהירות קבועה</u> בשדה המגנטי, ומסלולו <u>איננו</u> מעגלי בדיוק. עובדה זו גורמת לקשיים בהתאמת הרדיוס ומדידתו. קיימים מתקנים משוכללים יותר, בהם ניתן להגיע לדיוק גבוה הרבה יותר.

ניסוי י"ח: <u>הכא"מ הנגדי של מנוע חשמלי</u>

בסליל מסתובב בשדה מגנטי נוצר כא"מ מושרה, שגודלו המכסימלי פרופורציוני למהירות הסיבוב

$$\varepsilon_o = nBS\omega$$

כאשר מפעילים מנוע חשמלי, כא"מ מושרה זה, ε', <u>מנוגד</u> למתח המפעיל את המנוע V (חוק לנץ). אם נסמן ב-r את התנגדות המנוע, נוכל לכתוב את משוואת המעגל החשמלי בצורה



$$V - \varepsilon' = ri$$

בה ε' צריך להיות ביחס ישר למהירות הסיבוב ω: $\varepsilon' = k\omega$. נוכל לבדוק משוואה זו במנוע מרים משא.

תחילה נמדוד את התנגדות המנוע <u>העצור</u>. במתח נמוך (1.5V) נמדוד את הזרם במצבים שונים של המנוע, ונרשום את ההתנגדות <u>הממוצעת</u>. עתה נפעיל מתח קבוע 4.5V, ונרים משקלות שונים בסל (מגליל אחד עד 5 גלילים) בגובה קבוע, למשל 1 מ'. נמדוד את זמן ההרמה ואת הזרם. מהירות הסיבוב ω של המנוע פרופורציונית הפוכה לזמן ההרמה t. נתאר איפוא בגרף את הכא"מ המושרה $\varepsilon' = V - ri$ כפונקציה של $\frac{1}{t}$ α ω. מה המסקנה? מה הבעיות המתעוררות במדידות? כיצד היית מציע להתגבר עליהן? הסבר מדוע מהירות ההרמה תלויה בעומס.

תשובות לתרגילים

פרק א'

1. א. $6\cdot10^{26}$ ב. $10^{-3}m^2$ ו. $v = \frac{I}{nAq}$ ז. $\sim10^{-5}\ \frac{m}{s}$
2. $8.3\cdot10^{-2}\Omega$
3. $1.3\cdot10^{-6}\Omega\times m$
4. א. 10Ω ב. 3Ω ג. $5\frac{1}{3}\Omega$ ד. 9Ω
5. 24V
6. א. חיבור מיצד שהתנגדותו 10Ω. ב. הוספת נגד שהתנגדותו $200k\Omega$.
7. $I_1 = 0.5A$ $I_2 = 1A$ $V = 6V$
8. א. 51V ב. 15Ω
9. א. 18V ב. 19.5V
11. ~25V
12. א. 0.6A ב. ~0.35A
13. ב. 80Ω ג. 500W ; 250W
14. א. 45 דקות ב. 10 דקות
15. 86.4W
16. א. 2.4V ב. ~2.9V ג. 3.0V
17. ~125V ~5Ω
18. א. 12V ב. 1.33A 2.67A
24. $I_1 = I_2 = 0.5A$; $I_3 = 1A$
25. $\sim7.10^{-5}A$

פרק ב'

1. 2C
5. ב. 1mA ג. $10^{-2}C$ ד. $10^{-2}F$
6. א. -16mC ב. +24mC ג. -12mC ד. -4mC ה. +8mC
ו. +8mC ז. -8mC אפס
8. 50μA
9. א. $5\cdot10^{-4}C$ ב. $7.5\cdot10^{-2}C$ ג. 75mA
11. 0.5F
16. א. $4\cdot10^{-6}C$ ב. 0.5μF ג. $10^{-4}s$
17. א. 0.09J ג. 0.09J
19. א. 18.2s ב. $10^{-3}C$ ג. 5.5V ד. $5.5\cdot10^{-3}J$

פרק ג'

1. א. $5\cdot10^{-7}C$; $1.25\cdot10^{-4}J$ ב. 1.001μF ; ~0.5V
ג. $5\cdot10^{10}C$ ד. 10^3s ; 500V ה. $\sim1.25\cdot10^{-7}J$
2. א. $8\cdot10^{-9}C$ ב. $10^{-12}F$
3. $4\cdot10^{-8}F$
4. א. 24V ; 48μC ב. 48V ; 24μC ; $\frac{1}{2}\mu F$
5. $8.85\cdot10^{-11}F$; $1.06\cdot10^{-9}C$
7. $2.25\cdot10^{-11}F$; $6.75\cdot10^{-11}F$
8. ב. ~110m ; ~17cm
9. $\sim2\cdot10^{-3}N$; $2\cdot10^{-4}kg$
10. ב. $5.9\cdot10^{6}\ \frac{m}{s}$

11. ו. 4.5mm

12. ג. ~5cm

14. $\sim 4.2\cdot10^{-15}\ \frac{1}{\Omega m}$

16. ~2.4kV

17. $3.2\cdot10^{-19}C$; $4.8\cdot10^{-19}C$; $1.6\cdot10^{-19}C$; $9.6\cdot10^{-19}C$; $8\cdot10^{-19}C$; $6.4\cdot10^{-19}C$

18. $2.5\cdot10^{-6}\ \frac{m}{s}$

19. $10^{-2}N$

20. $\sim10^{-8}C$

21. $\sim1.8\mu C$

22. $F_1 = F_2 = 9\cdot10^{-5}N$; $F_3 = 9\sqrt{3}\cdot10^{-5}N$

23. $4.5\cdot10^{5}\ \frac{N}{C}$; $\sim37^o$ עם המשך הצלע AC .

24. א. 16cm מ-A , 12cm מ-B

112cm מ-A , 84cm מ-B

25. $\frac{2kq}{\pi r^2}$

פרק ד'

1. $\frac{2k\sigma}{d}$

3. א. $\sigma d\ell$ ב. $\frac{k\sigma d\ell}{r^2}$ ג. $dE_x = \frac{k\sigma d\ell}{r^2}\cos\alpha$

ד. $d\ell = \frac{r}{\cos\alpha}d\alpha$ ה. $r = \frac{d}{\cos\alpha}$ $dE_x = \frac{k\sigma}{d}\cos\alpha d\alpha$

ו. $E = \frac{2k\sigma}{d}$

4. $1.62\cdot10^{-4}J$

5. $\sim1.1\cdot10^{-13}m$

7. ב. במרחק 10 ס"מ מ-q

10. א. $1.44\cdot10^{4}V$ ב. $5.76\cdot10^{-4}J$

11. א. $V_1 = 9\cdot10^{3}V$; $V_2 = 4.5\cdot10^{3}V$

$U_1 = 2.25\cdot10^{-4}J$; $U_2 = 1.125\cdot10^{-4}J$

ב. $V = 6\cdot10^{3}V$; $U_1' = 10^{-4}J$; $U_2' = 2\cdot10^{-4}J$

ג. $1.67\cdot10^{-8}C$ ד. $\Delta U = 3.75\cdot10^{-5}J$; $3.75\cdot10^{-5}J$

14. א. $\frac{2kq}{\sqrt{a^2+x^2}}$ ב. 0 ג. $\frac{2kq}{x^2}$; $\frac{2kqa}{x^3}$

15. $E_{k_1} = \frac{9}{7}\cdot10^{-4}J$; $E_{k_2} = \frac{36}{7}\cdot10^{-5}J$

18. א. $3.3\cdot10^{-12}F$; $6.6\cdot10^{-12}F$

19. א. $6250\ \frac{N}{C}$; 1250V ב. $6250\ \frac{N}{C}$; 1250V

ג. $6250\ \frac{N}{C}$; 1250V ד. 0 ; 0

20. 750V ; $\frac{4}{27}\cdot10^{-10}F$

21. $\frac{R_1R_2}{k(R_2-R_1)}$ ב. $\frac{R^2}{kd}$ או $\frac{\varepsilon_o S}{d}$ (S - שטח מעטפת הכדור).

22. א. $\frac{kq}{R_2}$ ב. $\frac{kq}{R_2}$ ג. $-\frac{R_1q}{R_2}$

23. א. $\frac{R}{r}$ ב. $\frac{r}{R}$

פרק ה'

1. א. Fd ב. qEd

5. א. 60° מזרחה מהצפון ב. 1

6. 37° מן האנך, אלינו.

7. 8

9. 0.21N

10. $7 \times 10^{-3}T$; 70G

13. $10^{-4}A$

14. א. החוצה ב. $B_Q = \frac{3}{5}B_P$ החוצה ; $B_R = \frac{7}{5}B_P$ פנימה

16. $B = \frac{2\pi k'I}{r}$

17. 3.18A

21. 4000 ליפופים

22. $\sqrt{2}$

24. א. 0.31G ; ב. 0.22G

פרק ו'

1. א. $5\times10^{-5}N$ ב. 6.25×10^{15} ג. $6\times10^{7}m/s$

ד. $1.05\times10^{8}e/m$ ה. $4.8\times10^{-13}N$

8. ב. 5G

9. א. $14.4\times10^{-27}kg$ ב. 9

10. א. $5\times10^{4}m/s$ ב. 2.2cm

11. ג. $T = 3.1\times10^{-6}s$; R = 4.5m

12. ב. $T = 1.3\times10^{-7}s$; $f = 8\times10^{6}$ Hz

פרק ז'

2. א. 0.8A ב. 0.0256J ג. 0.0032N ד. 0.0256J

3. 1.3mV

7. ד. 0.75V

8. 0.02V

9. א. 0.625V ב. 0.0625A ד. 1.25mC

16. ב. 12.5V ; 6.25V ג. 5A ; 1.25A ; 3.75A

17. א. 80% ב. 0.8%

19. $E = 10^{-3}/r$ עבור $r > R$; $E = r \times 10^{-1}$ עבור $0 < r < R$

פרק ח'

5. 1.15s

6. 62.5J

7. א. 0.56W ב. 0.36W ג. 0.2W